

Лектор – профессор Д.А. Шабанов

Курс посвящен изучению различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов. Будут рассмотрены классические модели, как с дискретным, так и непрерывным временем, а также их применения в вероятностной комбинаторике. От слушателей потребуются знание базового курса теории вероятностей (*в любом варианте*). Примерное содержание и темы курса:

1. *Простейшее случайное блуждание на прямой.*

Вероятность возвращения в исходную точку в симметричном и несимметричном случае, среднее время проводимое блужданием в нуле, закон повторного логарифма, случайное блуждание в многомерных пространствах.

2. *Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона.*

Уравнение для вероятности вырождения ветвящегося процесса, теорема о корнях данного уравнения, общее число частиц в ветвящемся процессе.

3. *Случайные графы.*

Биномиальная модель случайного графа, фазовый переход в случайном графе, теорема о гигантской компоненте связности, связность случайного графа.

4. *Марковские цепи.*

Марковские цепи с дискретным временем, стационарные распределения и эргодическая теорема, классификация состояний марковской цепи, критерий возвратности состояния, задача о «разборчивой невесте» - марковский подход.

5. *Пуассоновский процесс.*

Пуассоновский процесс как простейшая модель массового обслуживания, процессы восстановления, явная конструкция пуассоновского процесса, модель страхования Крамера-Лундберга.

6. *Процесс броуновского движения.*

Броуновское движение как вероятностная модель хаотического движения, два эквивалентных определения броуновского движения, основные свойства траекторий броуновского движения, моменты остановки, строго марковское свойство и принцип отражения.

7. *Мартингалы.*

Мартингалы, теорема об остановке (невозможность разумной выигрышной стратегии при игре с «нулевой суммой»), мартингальный подход к задаче о разорении игрока, теорема об остановке для непрерывного времени, оценка вероятности разорения в модели страхования Крамера-Лундберга.

8. *Энтропия.*

Энтропия случайной величины и вектора, условная энтропия, их основные свойства. Неравенство Ширера. Применение энтропии в комбинаторике: теорема Кана о числе независимых множеств в регулярном двудольном графе.