Математический семинар ФКН

Аннотации докладов

Сферические многообразия

Роман Авдеев

Теория сферических многообразий является одним из наиболее разработанных разделов теории алгебраических групп преобразований. Сферические многообразия интенсивно изучались многими авторами с различных точек зрения начиная с конца 70-х годов XX века и продолжают активно изучаться в настоящее время. В докладе планируется обсудить ключевые идеи, руководящие исследованиями в данной области, а также базовые инструменты, используемые для изучения сферических многообразий.

Комбинаторная геометрия периодической и непериодической цепочек Тоды

Антон Айзенберг

Потоки Тоды — это класс конечномерных динамических систем, заданных на пространстве матриц. Как правило, в определениях фигурируют симметричные вещественные матрицы. Для каждой такой матрицы L некоторым образом определяется кососимметричная матрица $P(L)$, а поток Тоды — это динамическая система вида $\dot{L} = [P(L), L] = PL - LP$. Несложно проверить, что любое решение такой системы лежит в пространстве симметричных матриц, а собственные значения являются первыми интегралами.

Классический пример: поток открытой цепочки Тоды [5], получающийся, если в качестве L брать трехдиагональные матрицы, а в качестве $P(L)$ "наивную кососимметризацию" матрицы L. Известно, что все траектории такого потока на $\pm\infty$ стремятся к диагональным матрицам (более того, в определенном смысле [2] открытая цепочка Тоды является непрерывной версией QR-алгоритма). Структура многообразия изоспектральных трехдиагональных симметричных матриц и действие потока Тоды на этом пространстве описывается в терминах специального выпуклого многогранника — пермутоэдра.

Можно пойти дальше, и рассмотреть периодические трехдиагональные матрицы, т.е. трехдиагональные матрицы, у которых разрешены дополнительные элементы в уголках. На пространстве таких матриц действует поток периодической цепочки Тоды [4, 3], который определяется аналогично открытой цепочке, но имеет во многом противоположные свойства. Вне дискриминантного множества траектории потока образуют всюду плотные обмотки торов. Доклад будет посвящен связи дискриминантного множества периодической цепочки Тоды с комбинаторной геометрией, а именно с замощением евклидова пространства параллельными копиями пермутоэдра [1].

Список литературы

[1] A. Ayzenberg, *Space of isospectral periodic tridiagonal matrices*, preprint arXiv:1803.11433.

[2] P.Deift, T.Nanda, C.Tomei, *Ordinary differential equations and the symmetric eigenvalue problem*, SIAM J. Numer.Anal. 20:1 (1983), 1–22.

[3] I.Krichever, K.L.Vaninsky, *The periodic and open Toda lattice*, Mirror Symmetry IV, AMS/IP. vol 33, 139-158 (2002), (preprint: arXiv:hep-th/0010184).

[4] P. van Moerbeke, *The Spectrum of Jacobi Matrices*, Inventiones math. 37 (1976), 45–81.

[5] C.Tomei, *The topology of isospectral manifolds of tridiagonal matrices* Duke Math.Journal (1984), Vol. 51:4.

Автоморфизмы алгебраических многообразий и бесконечная транзитивность

Иван Аржанцев

Действие группы G на множестве X называется m-транзитивным, если для любых наборов $a_1, \ldots, a_m$ и $b_1, \ldots, b_m$ попарно различных элементов множества X найдется такой элемент $g \in G$, что $g \cdot a_i = b_i$, $i = 1, \ldots, m$. Действие бесконечно транзитивно если оно m-транзитивно для любого натурального m. Примеры бесконечно транзитивных действий конечно порожденных групп можно найти, например, в [8]. Степень транзитивности действия конечномерной группы не превышает трех, см. [6], [7].

Мы будем интересоваться бесконечной транзитивностью группы автоморфизмов комплексного аффинного алгебраического многообразия. Легко видеть, что группа автоморфизмов аффинной прямой $\mathbb{A}^1$ является 2-, но не 3-транзитивной, а начиная с размерности два группа автоморфизмов аффинного пространства $\mathbb{A}^n$ бесконечно транзитивна. Другие примеры многообразий с бесконечно транзитивной группой автоморфизмов построены, например, в [5, 3, 4]. В работе [2] мы показываем, что для группы специальных автоморфизмов транзитивность влечет бесконечную транзитивность, и это свойство допускает ряд интересных интерпретаций и геометрических следствий. Наконец, в [1] показано, что при некоторых естественных ограничениях 2-транзитивность группы автоморфизмов влечет бесконечную транзитивность.

Список литературы

[1] Ivan Arzhantsev. Infinite transitivity and special automorphisms. Arkiv för Mat. 56 (2018), 1-14

[2] Ivan Arzhantsev, Hubert Flenner, Shulim Kaliman, Frank Kutzschebauch, and Mikhail Zaidenberg. Flexible varieties and automorphism groups. Duke Math. J. 162 (2013), 767-823

[3] Ivan Arzhantsev, Karine Kuyumzhiyan, and Mikhail Zaidenberg. Flag varieties, toric varieties, and suspensions: three instances of infinite transitivity. Sbornik: Math. 203 (2012), 923-949

[4] Ivan Arzhantsev, Alexander Perepechko, and Hendrik Suess. Infinite transitivity on universal torsors. J. London Math. Soc. 89 (2014), 762-778

[5] Shulim Kaliman and Mikhail Zaidenberg. Affine modifications and affine hypersurfaces with a very transitive automorphism group. Transform. Groups 4 (1999), 53-95

[6] Friedrich Knop. Mehrfach transitive Operationen algebraischer Gruppen. Arch. Math. 41 (1983), 438-446

[7] Linus Kramer. Two-transitive Lie groups. J. Reine Angew. Math. 563 (2003), 83-113

[8] Thomas McDonough. A permutation representation of a free group. Quart. J. Math. Oxford, Ser. 28 (1977), 353-356

Тесные веера и теория параллелоэдров

Андрей Гаврилюк

Доклад будет посвящён так называемым тесным веерам, которые, с одной стороны, играют важную роль при исследовании локальных свойств параллелоэдров, с другой - имеют независимое от теории параллелоэдров определение и собственную нетривиальную геометрию. Параллелоэдр - классический объект теории многогранников, про который более 100 лет назад была сформулирована известная гипотеза Вороного о приведении к стандартному виду. Гипотеза доказана лишь отдельных случаях, каждый раз требуя всё более глубокого изучения локальных свойств разбиения пространства на параллелоэдры. Тесные веера обобщают ряд подходов к такому исследованию. В докладе будут показаны свойства редукции и разложимости тесных вееров, связь с теорией параллелоэдров и сформулирована проблема реализуемости.

Группы автоморфизмов жёстких и почти жестких аффинных многообразий

Сергей Гайфуллин

Пусть $\mathbb{K}$ – алгебраически замкнутое поле характеристики ноль. Рассмотрим неприводимое аффинное алгебраическое многообразие X над $\mathbb{K}$. Обозначим группу регулярных автоморфизмов многообразия X через $\mathrm{Aut}(X)$. Для произвольного многообразия X группа $\mathrm{Aut}(X)$ вообще говоря не является линейной алгебраической группой. Более точно легко показать, что если на многообразии X есть нетривиальное регулярное действие группы $(\mathbb{K},+)$ и $\mathrm{dim}X \geq 2$, то $\mathrm{Aut}(X)$ не является линейной алгебраической группой. Многообразия, на которых нет нетривиальных $(\mathbb{K},+)$-действий называются *жесткими*. Таким образом, при $\dim X \geq 2$ жесткость многообразия является необходимой для того, чтобы группа автоморфизмов была алгебраической, более того, в этом случае $\mathrm{Aut}(X)$ – это конечное расширение тора.

Регулярные $(\mathbb{K},+)$-действия соответствуют *локально нильпотентным дифференцированиям* (ЛНД) алгебры регулярных функций многообразия X, то есть отображениям $\partial\colon \mathbb{K}[X] \to \mathbb{K}[X]$, удовлетворяющим правилу Лейбница $\partial(fg) = f\partial(g) + g\partial(f)$ таких, что для каждого $f \in \mathbb{K}[X]$ существует $n \in \mathbb{N}$ для которого $\partial^n(f) = 0$. Соответственно, жёсткие многообразия характеризуются тем, что на их алгебрах нет нетривиальных ЛНД. Если многообразие таково, что все ЛНД имеют вид $f\partial$, $f \in \mathbb{K}[X]$ для некоторого фиксированного ЛНД ∂, то многообразие называется *почти жёстким.*

В докладе будут рассмотрены примеры жёстких и почти жёстких многообразий, а также явно описана группа регулярных автоморфизмов таких многообразий при условии, что на этом многообразии действует достаточно большой алгебраический тор.

Сильно вербально замкнутые группы

Андрей Мажуга

Подгруппа H группы G называется *алгебраически замкнутой* (далее, а.з.), если любая система уравнений вида:

$$\{w_i(x_1,\ldots,x_n) = h_i \mid i = 1,\ldots,m\},$$

где $w_i(x_1,\ldots,x_n) \in F_n(x_1,\ldots,x_n)$ и $h_i \in H$, имеющая решение в G, имеет решение в H. Подгруппа H группы G называется *вербально замкнутой* (далее, в.з.), если любое уравнение вида $w(x_1,\ldots,x_n) = h$, где $w(x_1,\ldots,x_n) \in F_n(x_1,\ldots,x_n)$ и $h \in H$, имеющее решение в G, имеет решение в H. Из приведенных определений следует, что а.з. подгруппа всегда является в.з. Естественным образом возникает вопрос о том, верна ли обратная импликация. В работах [1, 2] построены примеры, показывающие, что, в общем случае, в.з. не влечет а.з. Следовательно, возникает вопрос о том, при каких дополнительных ограничениях на G и H понятия а.з. и в.з. равносильны. Например, в работах [3, 4] рассматриваемая равносильность установлена для конечно порожденной свободной G и для конечно порожденной свободной нильпотентной G.

Нас будет интересовать ситуация, при которой ограничения накладываются только на H, а G произвольна. Точнее, мы называем группу H *сильно вербально замкнутой*, если она является а.з. подгруппой в любой группе, содержащей H в качестве в.з. подгруппы. В ряде работ мы показываем, что следующие типы групп (в том или ином смысле близкие к свободным) сильно вербально замкнуты:

- все почти свободные группы, без нетривиальных нормальных конечных подгрупп [5, 6, 2];

- фундаментальные группы всех замкнутых поверхностей, за исключением бутылки Клейна [6];
- все нетривиальные свободные произведения групп [7].

Список литературы

[1] *Романьков В.А., Хисамиев Н.Г., Конырханова А.А.* Алгебраически и вербально замкнутые подгруппы и ретракты конечно порожденных нильпотентных групп // Сиб. матем. журн. — 2017. — Т. 58, № 3. — С. 686–699.

[2] *Klyachko A.A., Mazhuga A.M., Miroshnichenko V.Yu.* Virtually free finite-normal-subgroup-free groups are strongly verbally closed // J. Algebra. — 2018. — Vol. 510. — P. 319–330.

[3] *Myasnikov A., Roman'kov V.* Verbally closed subgroups of free groups // J. Group Theory. — 2014. — Vol. 17, № 1. — P. 29–40.

[4] *Романьков В.А., Хисамиев Н.Г.* Вербально и экзистенциально замкнутые подгруппы свободных нильпотентных групп // Алгебра и логика. — 2013. — Т. 52, № 4. — С. 502–525.

[5] *Клячко А.А., Мажуга А.М.* Вербально замкнутые почти свободные подгруппы // Матем. сб. — 2018. — Т. 209, № 6. — С. 75–82.

[6] *Mazhuga A.M.* Strongly verbally closed groups // J. Algebra. — 2018. — Vol. 493. — P. 171–184.

[7] *Мажуга А.М.* Свободные произведения групп сильно вербально замкнуты // Матем. сб. (в печати).

Макс-плюс многочлены и их корни

Владимир Подольский

Различные вопросы в алгебраической структуре макс-плюс полукольца (или тропического полукольца) возникают в нескольких направлениях математики, таких как алгебраическая геометрия, математическая физика, комбинаторная оптимизация. Отчасти востребованность этой структуры связана с тем, что она помогает сделать различные параметры математических объектов доступными для вычисления.

Важную роль в этом играют макс-плюс многочлены. Мономом в макс-плюс полукольце называется обычная линейная функция с целыми коэффициентами. Макс-плюс многочленом называется функция максимума несколько мономов. Таким образом, макс-плюс многочлен представляет собой кусочно-линейную выпуклую функцию. Корнем многочлена называется точка его негладкости (место стыка двух линейных частей).

В докладе мы обсудим некоторые базовые вопросы о макс-плюс многочленах (многих переменных), в которых не так давно удалось получить продвижения. Более конкретно, мы обсудим следующие вопросы:

1. В каких случаях возможно, что нетривиальный многочлен с данным носителем (множеством мономов) имеет корни во всех точках данного множества?

2. Как много корней может иметь многочлен с данным носителем на данном (конечном) множестве точек?

3. Для данного k для каких s существует множество из s точек, такое что всякий нетривиальный многочлен с не более чем k мономами имеет не корень в одной из точек множества?

В классической алгебре широко известными результатами, отвечающими на эти вопросы (точнее, на их уточнения) являются комбинаторная теорема Гильберта о нулях, лемма Шварца-Зиппеля, результаты об универсальном тестовом множество для разреженных многочленов.

Оценка матрицы ковариации, распадающейся в тензорное произведение

Дмитрий Трушин

Базовая задача звучит так: пусть есть случайный вектор ξ на евклидовом пространстве $V = \mathbb{R}^n$ со средним ноль и матрицей ковариацией $s \in \mathrm{P}_n(\mathbb{R})$ (положительно определенная матрица). Мы хотим оценить s по независимым самплам $x_1, \ldots, x_d \in V$. Такая оценка обычно ищется из минимизации некоторой целевой функции. Есть два классических примера:

- На основе гауссова распределения.

$$\phi(s, x_1, \ldots, x_d) = \frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d}(sx_i, x_i) - \log\det s$$

- На основе эллиптического распределения.

$$\phi(s, x_1, \ldots, x_d) = \frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d}\log(sx_i, x_i) - \frac{1}{n}\log\det s$$

Самый важный показатель – минимальное количество самплов для существования и единственности минимума. В первом случае – это n, во втором – $n+1$.

Обычно в задачах d сильно меньше n и приходится рассматривать дополнительные условия на распределение. Например, ξ живет в $V \otimes U$ ($\dim V = n$ и $\dim U = m$), центрирована, а матрица ковариации имеет вид $s = p \otimes q$, где $p \in \mathrm{P}(V)$ и $q \in \mathrm{P}(U)$. В этом случае самплы $x_1, \ldots, x_d \in V \otimes U$ можно рассматривать как матрицы. Как оказалось, в обоих случаях оценку на количество самплов можно улучшить. В гауссовом случае граница становится $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$, а в эллиптическом $\max\left(\frac{m}{n}, \frac{n}{m}\right)$. Данные оценки уже не улучшаемые.

Сам вопрос о наличии нетривиальной оценки в случае тензорного произведения оставался открытым почти 20 лет. Обзор событий и подробную информацию о задачах, использующих тензорное произведение, можно найти в [1]. Я расскажу о задаче минимизации и о тех методах, которые пригодились при ее решении. Так же постараюсь анонсировать результаты текущей работы, в которой добавляется условие Дыма-Гохберга.

Список литературы

[1] I. Soloveychik, D. Trushin, *Gaussian and robust Kronecker product covariance estimation: Existence and uniqueness* Journal of Multivariate Analysis 149 (2016) 92–113

Моменты L-функций и метод Лиувилля-Грина

Дмитрий Фроленков

Одной из самых известных задач теории чисел является гипотеза Римана о расположении нулей дзета-функции Римана $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$. Естественным обобщением дзета-функции Римана являются L-функций $L(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-s}$. Так если $a_n = \chi(n)$- характер Дирихле, мы получаем L-функций Дирихле. Предполагается, что для них то же справедлив аналог гипотезы Римана. Однако, для L-функций Дирихле существует и другая более простая, но так же очень важная гипотеза об отсутствии так называемых исключительных нулей Ландау-Зигеля. Например, Хис-Браун [2] показал, что отсутствие исключительных нулей Ландау-Зигеля эквивалентно гипотезе о числах-близнецах (бесконечности пар чисел p и $p+2$ оба из которых простые).

Иванец и Сарнак [4] в 2000г. показали, что пропорция необнуляемости L-функции, ассоциированных с примитивными формами четного веса и уровня один, тесно связана с проблемой существования исключительных нулей Ландау-Зигеля. Так, если удастся доказать, хотя бы в среднем по весу, что в точке одна вторая больше половины значений рассматриваемых L-функций были больше чем некая отрицательная степень логарифма от веса формы, то будет доказано отсутствие нулей Ландау-Зигеля.

Основным методом для получения нижней оценки на пропорцию необнуляемости является метод моментов, который сводит задачу к получению асимптотических форм для первого и второго скрученного момента рассматриваемых L-функций. На основе данных асимптотических формул после применения метода моллифицирования удается получить оценку на пропорцию необнуляемости, которая зависит от величины остаточного члена в асимптотических формулах для первого и второго скрученного момента. А именно, чем меньше остаток в этих асимптотических формулах, тем больший размер моллифаера мы можем взять, и тем больше получится пропорция необнуляемости.

В ходе доклада мы расскажем о полученной нами (совместно с Балкановой) [1] асимптотическая формула для второго скрученного момента рассматриваемых L-функций с остаточным членом, улучшающим предшествующие результаты Нг Минг Хо [5] и Хофа [3]. Применяя метод моллифицирования нами доказано, что как минимум 20 процентов рассматриваемых L-функций не обнуляется в центральной точке. Так же на основе полученной асимптотической формулы нами было показано, что в среднем по весу практически половина рассматриваемых L-функций не обращается в ноль в точке одна вторая.

Доказательство асимптотической формулы для второго скрученного момента рассматриваемых L-функций основано на одном препринте Кузнецова. В 1994г. Кузнецов доказал точную формулу, сводящую получение асимптотической формулы для скрученного второго момента рассматриваемых L-функций к изучению аддитивных проблем делителей с весами в виде гипергеометрических функций и их производных. Нами были получены новые асимптотические формулы для данных специальных функций. Доказательство основано на применении метода Лиувилля-Грина (также известном как ВКБ метод).

Список литературы

[1] O. Balkanova and D. Frolenkov, *Moments of L-functions and Liouville-Green method*, Journal of the European Mathematical Society (JEMS), accepted.

[2] D. R. Heath-Brown, *Prime twins and Siegel zeros*, Proc. London Math. Soc. (3) 47 (1983), no. 2, 193–224.

[3] B. Hough, *Zero-density estimate for modular form L-functions in weight aspect*, Acta Arith. 154 (2012), 187–216.

[4] H. Iwaniec and P. Sarnak, *The non-vanishing of central values of automorphic L-functions and Landau-Siegel zeros*, Israel Journal of Math. 120 (2000), 155 – 177.

[5] Ng Ming Ho, *Moments of automorphic L-functions*, PhD thesis, University of Hong Kong, 2016.

Случайные блуждания на метрических графах и волны на гибридных многообразиях

Всеволод Чернышев

Рассмотрим случайное блуждание на конечном компактном метрическом графе (см., например, [1]). Заметим, что конечным положением случайного блуждания в таком случае может быть любая точка (например, на ребре), а не только одна из вершин. Время прохождения для каждого отдельного ребра фиксировано. В каждой внутренней вершине точка с некоторой вероятностью выбирает одно из ребер для дальнейшего движения. Развороты на ребрах запрещены. Задача состоит в том, чтобы изучить асимптотическое поведение числа $N(T)$ возможных конечных положений такого случайного блуждания при увеличении времени T. Предположим, что вероятность выбора ребра ненулевая для всех ребер, это ситуация общего положения. Такое случайное блуждание возникает, в частности, при рассмотрении квазиклассической эволюции волновых пакетов, локализованных в небольшой окрестности одной точки в начальный момент времени (см. [2]).

В случае линейно независимых над $\mathbb{Q}$ времен прохождения ребер задача связана с задачей подсчета числа точек целочисленной решетки в расширяющихся симплексах с действительными вершинами. Было найдено асимптотическое разложение для $N(T)$ с использованием многочленов Бернулли–Барнса [6] (также известных как многочлены Тодда, см. [5]). Получены явные формулы для первых двух членов разложения $N(T)$ (см. [4]). Старший член зависит только от количества вершин V, числа ребер E, суммы и произведения длин ребер t_j (см. [2]). Второй член асимптотики определяется квадратичной формой от длин ребер. Она, вообще говоря, зависит от начальной вершины. Граф может быть восстановлен однозначно, если эта квадратичная форма известна, в случае дерева (см. [3]).

В случае рациональных длин $N(T)$ стабилизируется в определенный момент времени. Задача нахождения времени стабилизации связана с проблемой нахождения числа Фробениуса (см. [7]) и теоремой Сколема–Малера–Леха.

Можно рассмотреть близкую задачу о распространении узких волновых пакетов на гибридных пространствах (см. [2]). Простейшим примером может быть гладкое двумерное риманово многообразие с приклееным к нему отрезком. В начальный момент времени волновой пакет бежит по ребру. Когда он доходит до точки вклейки, то порождает волновой фронт на многообразии (волна расходится как круги на воде, вдоль геодезических) и отраженную волну на отрезке. Задача состоит о определении количества $M(T)$ волн на отрезке к моменту времени T. Оказывается, что здесь естественным образом возникает необходимость в использовании результатов абстрактной аналитической теории чисел. Если число геодезических, соедниняющих две точки на поверхности растет полиномиально (как, например, в случае плоского тора), то доказано, что $M(T)$ растет субэкспоненциально. При этом используется теорема о распределении абстрактных простых (см. [8]). В случае отрезка приклееного к поверхности с положительной топологической энтропией рост экспоненциальный. Для этого случая нужно было найти асимптотику числа элементов в аддитивной арифметической полугруппе с экпонециальной считающей функцией числа простых образующих (см. [9]).

Список литературы

[1] G. Berkolaiko, P. Kuchment, "Introduction to Quantum Graphs", Mathematical Surveys and Monographs, V. 186 AMS, 2014.

[2] Chernyshev V. L., Shafarevich A. I., *Statistics of gaussian packets on metric and decorated graphs*, Philosophical transactions of the Royal Society A., Volume: 372, Issue: 2007, (2014). Article number: 20130145,

[3] Chernyshev V. L., Tolchennikov A. A., *Correction to the leading term of asymptotics in the problem of counting the number of points moving on a metric tree*, Russian Journal of Mathematical Physics, Volume 24, Issue 3, (2017). pp 290–298.

[4] Chernyshev V. L., Tolchennikov A. A., *The Second Term in the Asymptotics for the Number of Points Moving Along a Metric Graph*, Regular and Chaotic Dynamics, vol. 22, no. 8, (2017). pp. 937–948.

[5] Barvinok A., "Integer points in polyhedra". European Mathematical Society, 2008. 199 pages.

[6] Barnes, E. W., *On the theory of the multiple gamma function*, Trans. Cambridge Philos. Soc., 19, (1904). 374–425.

[7] Ramirez Alfonsin J. L. "The Diophantine Frobenius Problem", Oxford University Press, 2005, 260 p.

[8] Chernyshev V. L., Tolchennikov A. A., *Asymptotic estimate for the counting problems corresponding to the dynamical system on some decorated graphs.* Ergodic Theory and Dynamical Systems. Cambridge University Press, Volume 38, Issue 5, 2018. pp. 1697-1708.

[9] Миненков Д. С., Назайкинский В. Е., Чернышев В. Л. *Об асимптотике числа элементов в аддитивной арифметической полугруппе с экспоненциальной считающей функцией числа простых образующих.* Функциональный анализ и его приложения. — 2016 — Т. 50, № 4. С. 55–75.

Раскраски случайных гиперграфов

Дмитрий Шабанов

Одна из наиболее известных задач вероятностной комбинаторики — это знаменитая проблема RANDOM k-SAT о выполнимости случайной булевой функции. Пусть $f(x_1, \ldots, x_n) = \wedge_{i=1}^{m} C_i(x_1, \ldots, x_n)$ — булева функция, в которой каждое $C_i(x_1, \ldots, x_n)$ представляет собой дизъюнкцию из k случайно выбранных литералов среди набора $(x_1, \ldots, x_n, \overline{x_1}, \ldots, \overline{x_n})$. Оказывается, что предельная вероятность выполнимости такой функции с ростом n и фиксированном k почти всегда равна либо нулю, либо единице в зависимости от числа дизъюнкций $m = m(n)$. В настоящее время известно, что если $m \leqslant c_1(k)n$, то вероятность выполнимости стремится к единице, а если $m \geqslant c_2(k)n$, то к нулю, причем разность $c_2(k) - c_1(k)$ является экспоненциально быстро стремящейся к нулю функцией от k.

В докладе пойдет речь о естественном обобщении задачи RANDOM k-SAT, связанном с полноцветными раскрасками гиперграфов. Здесь с помощью метода второго момента нам удалось получить очень точные оценки пороговой вероятности наличия полноцветной раскраски в заданное число цветов у случайного гиперграфа.