

3D визуализация атмосферных фронтов

Беззубцев А. С., Лицей «Вторая школа»

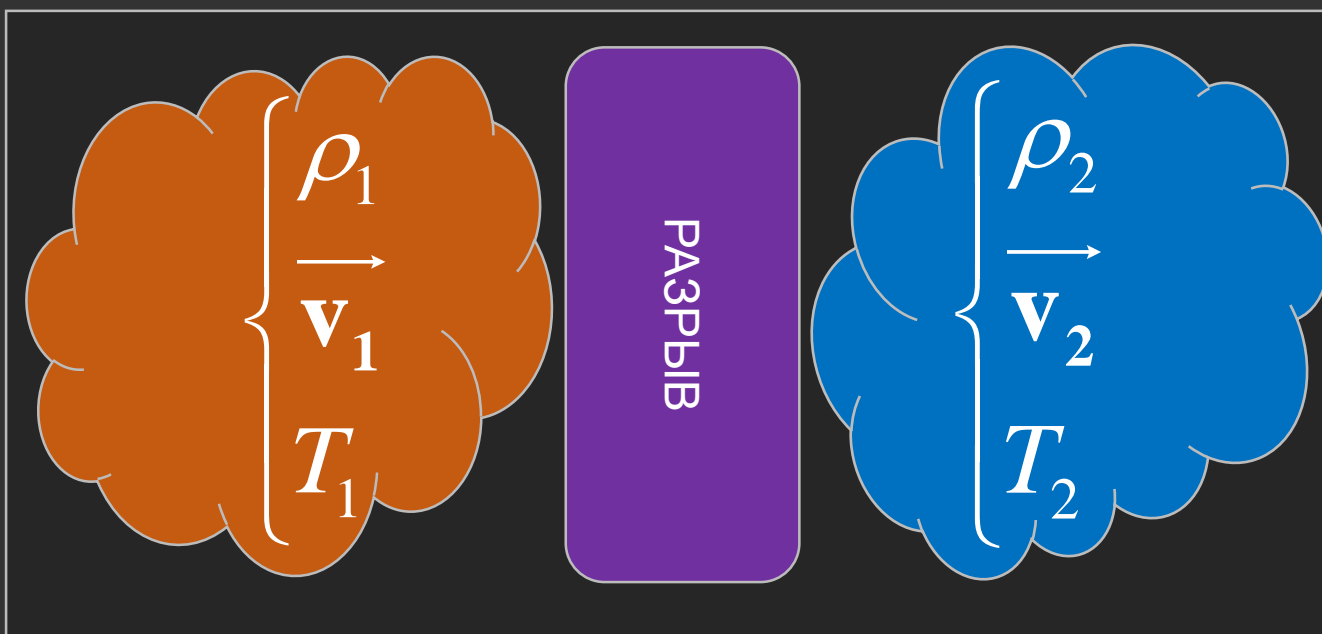
Гордин В. А., проф. НИУ ВШЭ,

в. н. с. Гидрометцентра РФ

Быков Ф. Л., Гидрометцентр РФ,

НИУ ВШЭ

Уравнения газовой динамики



Тангенциальный разрыв (АФ)

$$\begin{cases} \nabla v_\tau \rightarrow \infty \\ \nabla \rho \rightarrow \infty \\ \nabla^2 v_n \rightarrow \infty \\ \nabla^2 p \rightarrow \infty \end{cases}$$

Ударная волна

$$\begin{cases} \nabla^2 v_\tau \rightarrow \infty \\ \nabla^2 \rho \rightarrow \infty \\ \nabla v_n \rightarrow \infty \\ \nabla p \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \\ \partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \rho^{-1} \nabla p - \vec{f} = 0 \\ \partial_t p + (\vec{v} \cdot \nabla) p + \gamma p (\nabla \cdot \vec{v}) = 0 \end{cases}$$

$$\vec{f} = \begin{vmatrix} lv_x + \Omega^2 x \\ -lv_y + \Omega^2 y \\ -g \end{vmatrix}$$

АФ в поле геопотенциала

АФ в поле геопотенциала – скрытая ложбина.



Классический подход: $\lambda_H = \nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial n^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial \tau^2}$



$$\alpha = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 H}{\partial x \cdot \partial y} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial y \cdot \partial x} & \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \end{vmatrix} \Rightarrow \det(\alpha - \lambda E) = 0 \Rightarrow \lambda_H = \max[\lambda_1, \lambda_2]$$

АФ в поле ветра

Ориентация АФ заранее неизвестна!



Классический подход:

$$\lambda_v = \text{rot}_z \vec{v}$$



$$\beta = \begin{vmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) & -\frac{\partial v_y}{\partial x} \end{vmatrix} \Rightarrow \det(\beta - \lambda E) = 0 \Rightarrow \lambda_v = \max[\lambda_1, \lambda_2]$$

АФ в поле температуры

$$\lambda_T = |\nabla T|$$

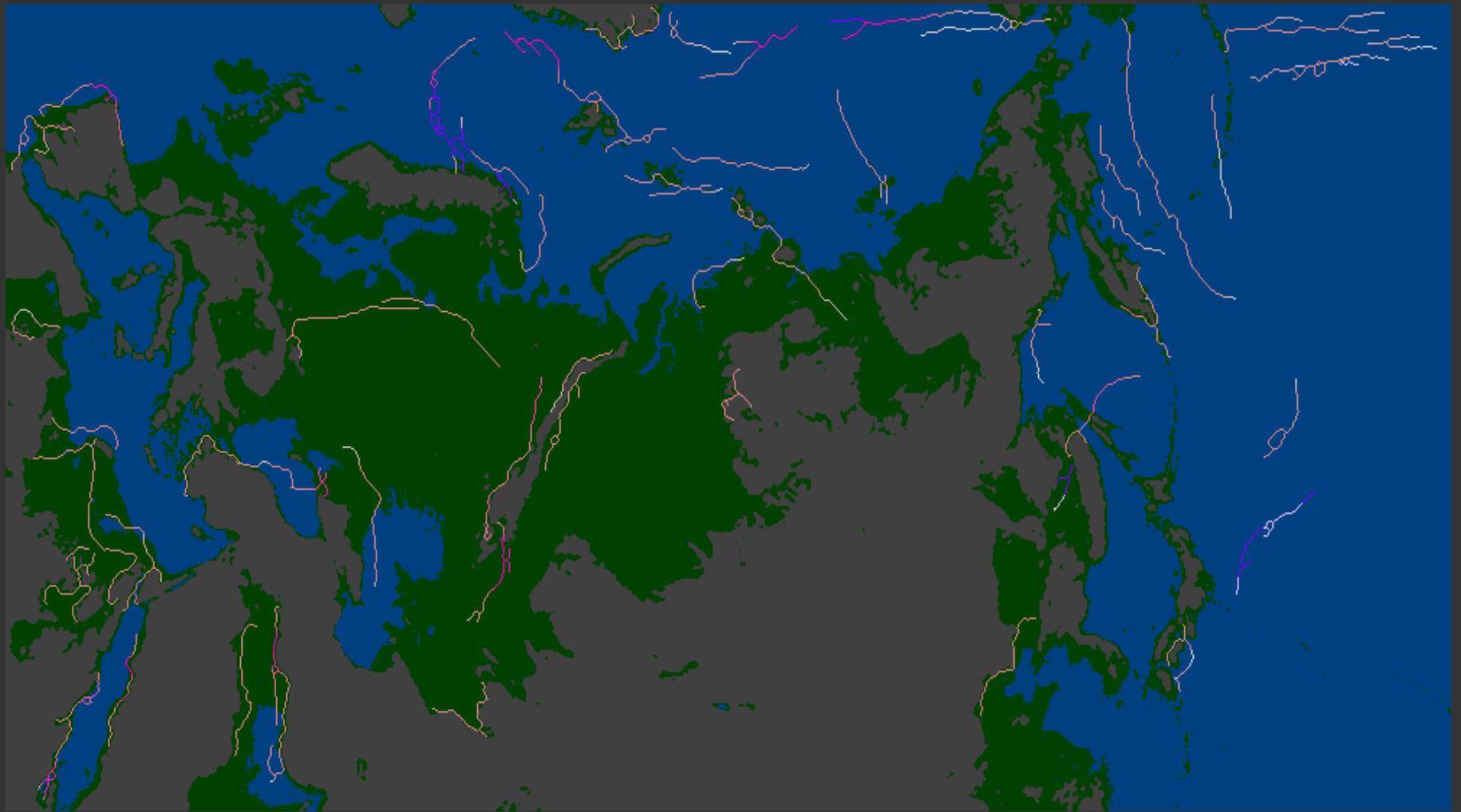
Комбинированный предиктор АФ

$$f = \eta_H \lambda_H + \eta_V \lambda_V + \eta_T \lambda_T$$

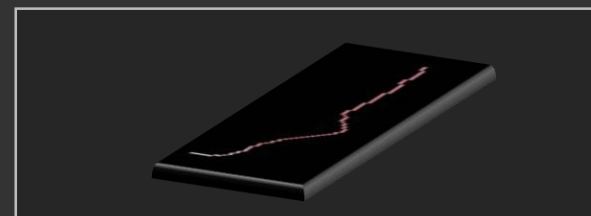
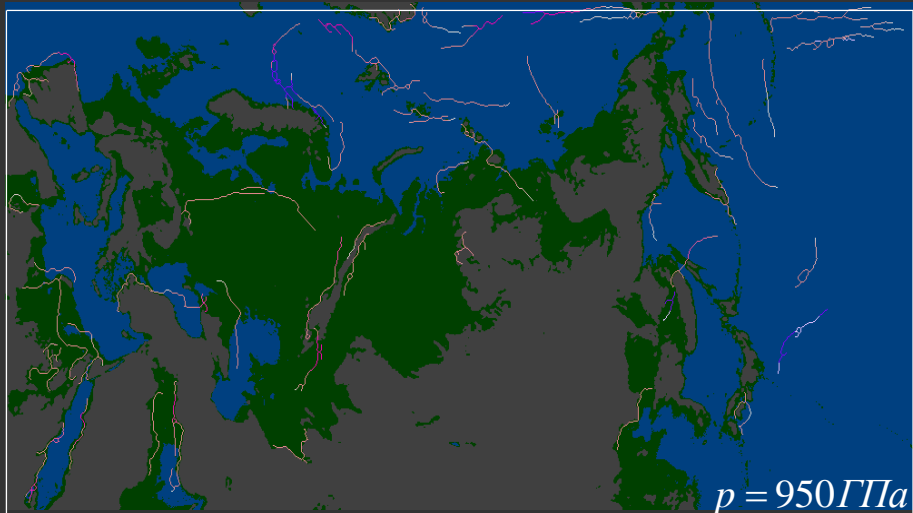
Критерий качества при оптимизации весов:

$$K_{together}(r) - K_{apart}(r) \rightarrow \max$$

Линии АФ



Линии АФ



Наборы точек	
$\left\{ \vec{\mathbf{P}}_j \right\}_{j=0}^{N-1}$	$\vec{\mathbf{P}}_j = \langle \hat{x}_j, \hat{y}_j, f_j \rangle$
$\left\{ \vec{\mathbf{P}}_j \right\}_{j=0}^{N-1}$	$\vec{\mathbf{P}}_j = \langle \hat{x}_j, \hat{y}_j \rangle$

Родственные линии АФ

Родственные линии АФ – линии одного АФ на соседних барических уровнях.

1. «Похожи» геометрически.
2. Небольшое среднее расстояние между соответствующими точками.

Показатель преемственности

$$\{S(t), S^*(t)\}$$

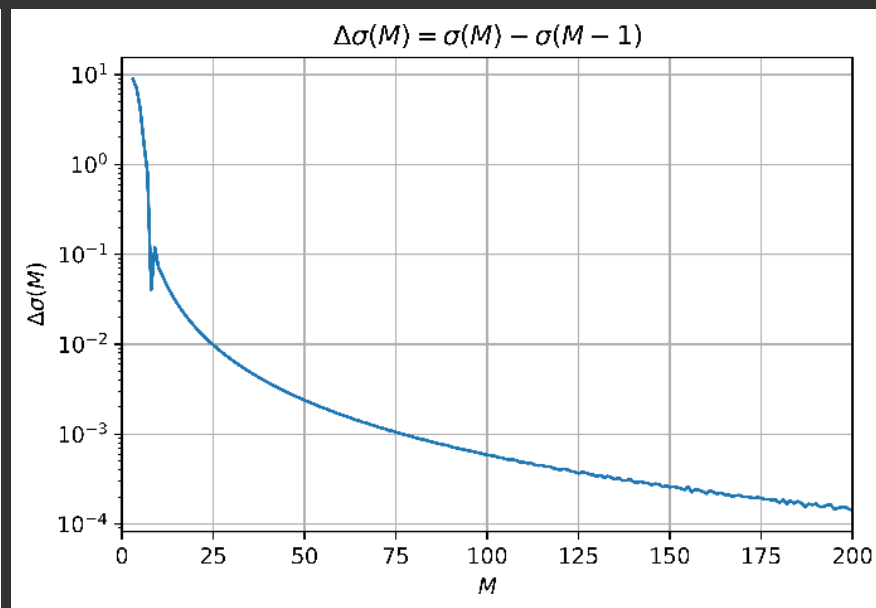
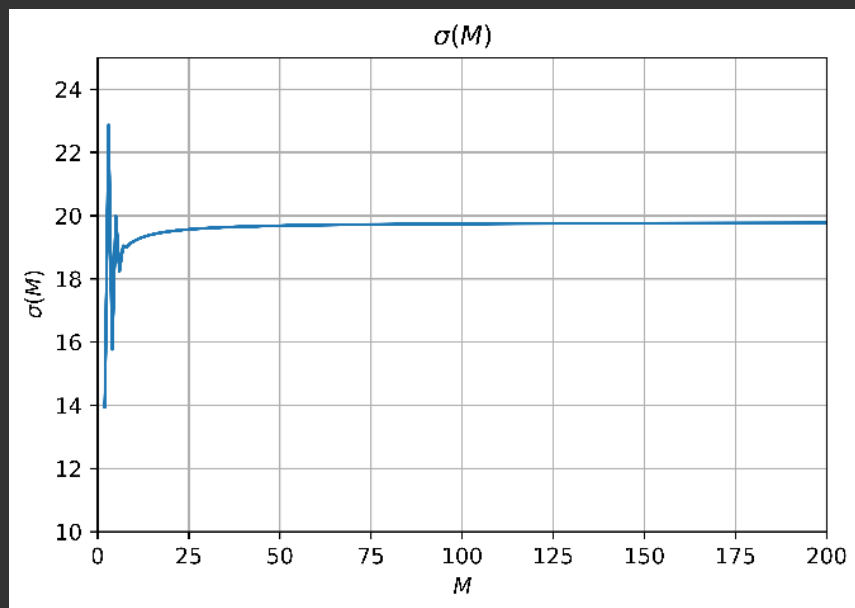
$$\sigma_d = \int_0^1 \|S(t) - S^*(t)\| dt$$

пара параметризованных
сплайн-кривых
на соседних уровнях

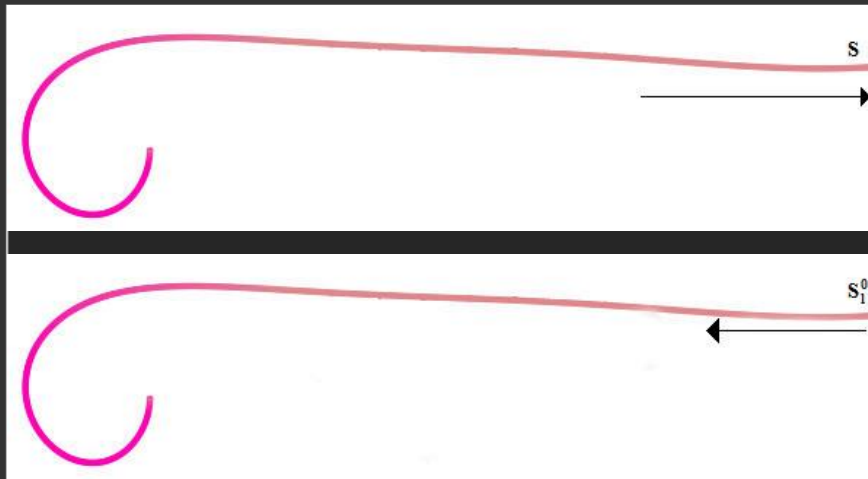
геометрически:
среднее расстояние между кривыми

Родственные линии АФ

1. Родственная линия – ближайшая в смысле показателя преемственности
2. Показатель преемственности не более 40 (среднее расстояние – до 530 км)



Ориентация точек на кривых



Показатель преемственности
достигает минимума при
обратной ориентации кривых

$$\sigma_d = \int_0^1 \|\mathbf{S}(t) - \mathbf{S}^*(t)\| dt$$



$$\sigma_r = \int_0^1 \|\mathbf{S}(t) - \mathbf{S}^*(1-t)\| dt$$

$$\sigma = \min \{ \sigma_d, \sigma_r \}$$

Ветвления на линиях АФ

Идея: разбить ветвящуюся линию на обыкновенные



Далее – работаем с полученными обыкновенными линиями

Прерывающиеся линии АФ

Нескольким линиям уровня L соответствует одна и та же родственная на $L-1$.

Гипотеза: эти линии – фрагменты одной фронтальной линии, имеющей разрывы. Восстанавливаем линию по фрагментам, заполняя небольшие (до 65 км) лакуны.



Аппроксимация поверхности АФ по Безье

Аппроксимация сплайн-поверхностью приводит к «дискретизации» изображения из-за ближнего порядка точек на кривых.

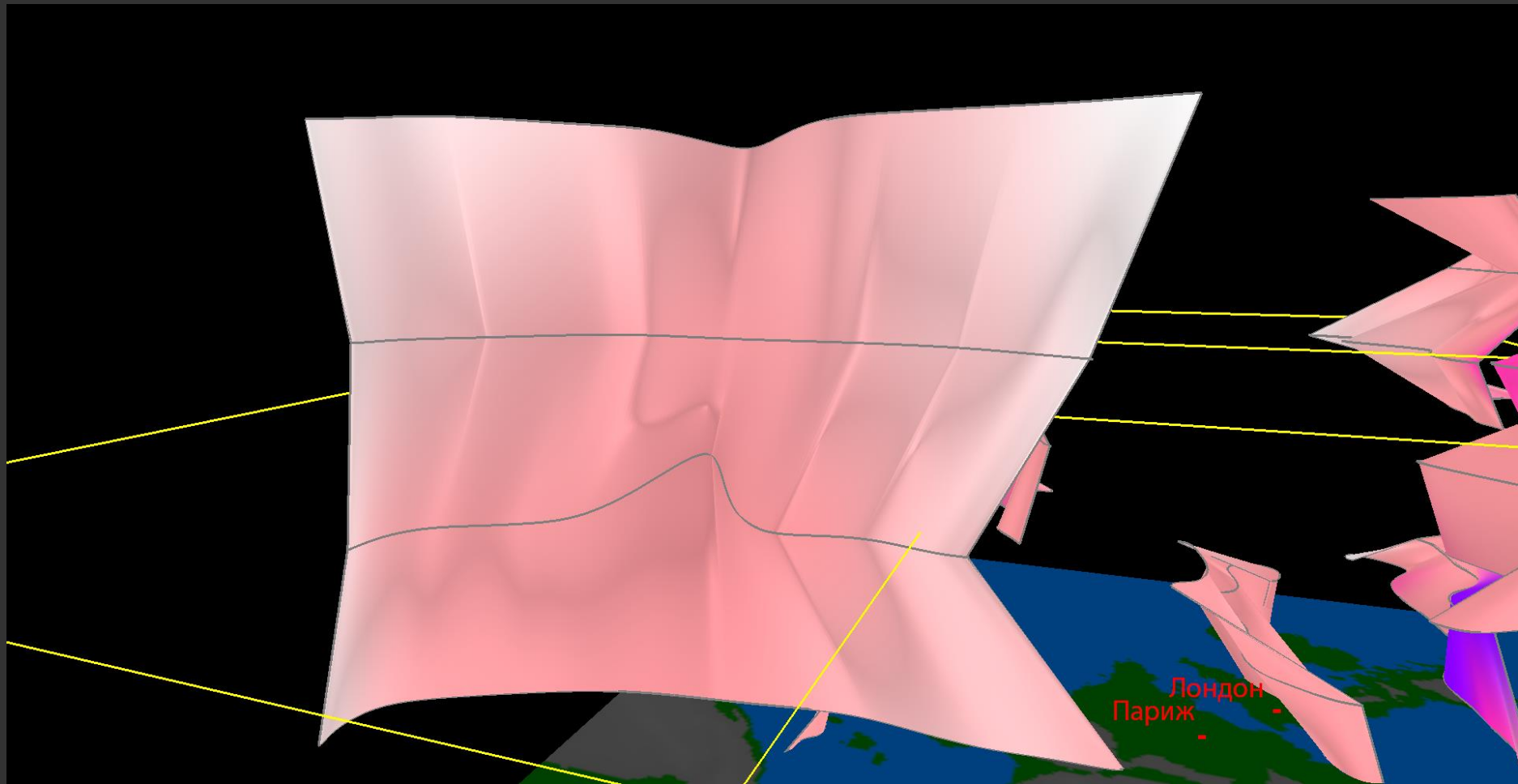
$$\vec{\Phi}(u, v) = \sum_{j=0}^{M-1} \binom{M-1}{j} u^j (1-u)^{M-1-j} \left[\sum_{k=0}^{N_j-1} \binom{N_j-1}{k} v^k (1-v)^{N_j-1-k} \vec{P}_{j,k} \left(\frac{k}{N_j-1} \right) \right]$$

$0 \leq u \leq 1; \quad 0 \leq v \leq 1$

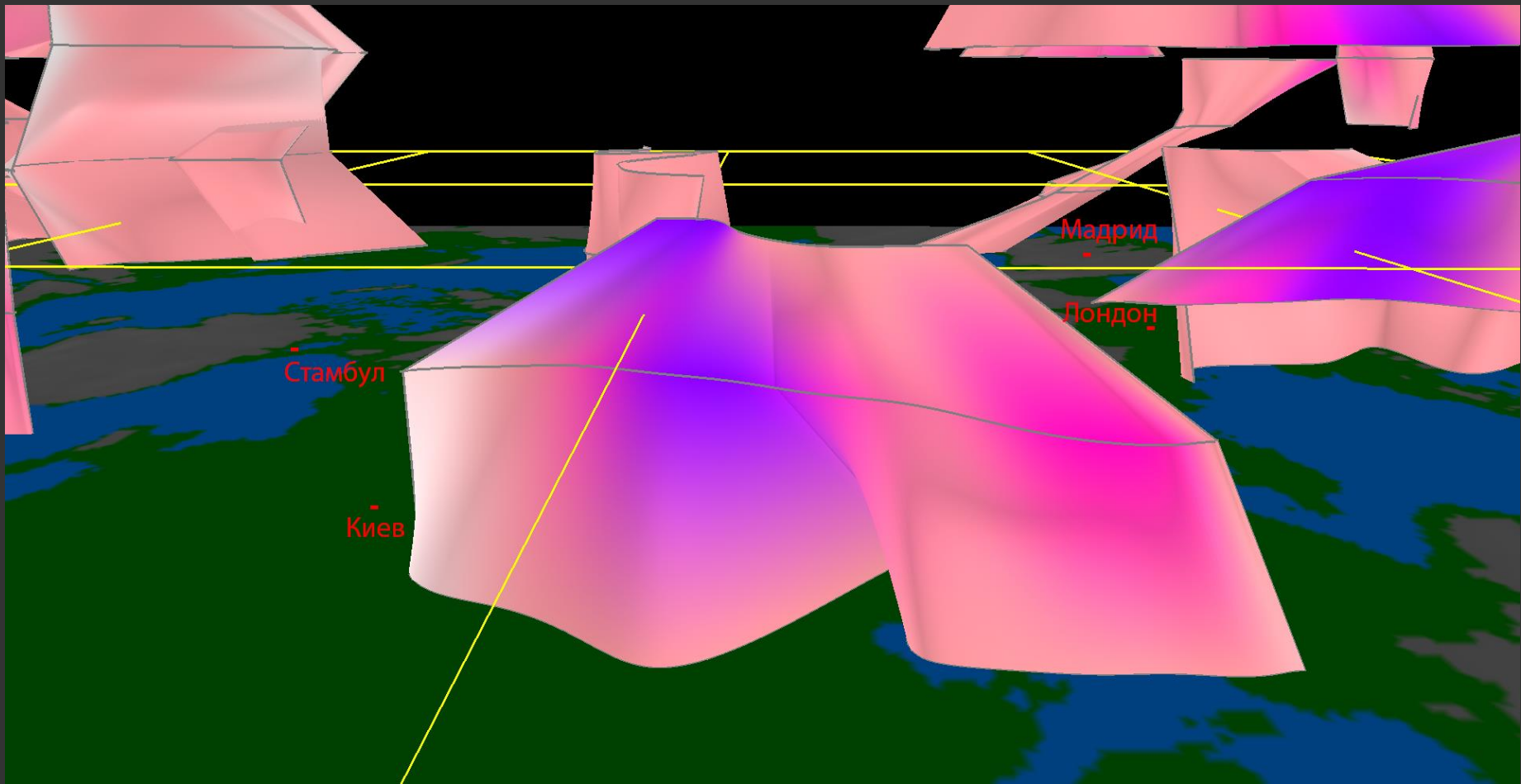
Свойства аппроксимации Безье:

- константа Лебега – 1;
- вычислительная сложность – $O(K \cdot M^2 \cdot N^2)$, K – количество обсчитываемых точек;

Результаты



Результаты



Спасибо за внимание!