

**КОМПЛЕКСНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ
ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА В МОДЕЛИ
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ.
СОГЛАСОВАНИЕ С ДАННЫМИ ВЫСОКОГО
РАЗРЕШЕНИЯ**

**Ф.Л.Быков, В.А.Гордин
ФГБУ «Гидрометцентр России»,
НИУ ВШЭ, факультет экономических наук**

Аннотация

Модель Аккерблома–Экмана [1] предсказывает, что угол поворота ветра в пограничном слое атмосферы (ПСА) равен 45° , при этом широко известно [2], что по данным наблюдений этот угол составляет $10-30^\circ$. Предложена модификация модели Аккерблома–Экмана, которая в 2-7 раз лучше согласуется с данными радиозондирования высокого разрешения.

Введение

Модель Аккерблома–Экмана [1], учитывает турбулентность и силу Кориолиса и описывает стационарное решение уравнений газовой динамики в пограничном слое атмосферы (ПСА):

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} \left[k(z) \frac{dw}{dz} \right] = -l(v-v_g), \\ \frac{d}{dz} \left[k(z) \frac{dv}{dz} \right] = l(u-u_g), \end{cases} \quad (1)$$

где u, v – искомые горизонтальные компоненты ветра в пограничном слое, u_g, v_g – основной (геострофический) ветер, $z \in [0, H]$ – высота над поверхностью Земли, H – толщина пограничного слоя, $l = 1.458 \cdot 10^{-4} c^{-1} \sin \varphi$ – параметр Кориолиса, φ – географическая широта, $k(z) > 0$ – коэффициент турбулентного обмена.

Обозначив $w = u + iv, w_g = u_g + iv_g$, где $i = \sqrt{-1}$ систему (1) можно записать в виде:

$$\frac{d}{dz} \left[k(z) \frac{dw}{dz} \right] = il(w-w_g). \quad (2)$$

При $k(z) = const > 0$ для уравнения (2) и граничных условий $w(H) = w_g, w(0) = 0$ имеет аналитическое решение, из которого следует, что угол поворота ветра (т.е. величина $\arg w_g - \arg w(0)$) в ПСА равен 45° .

Однако, такие углы поворота наблюдаются редко и типичное значение составляет $10-20^\circ$ (см. рис. 1).

Поиск универсальных профилей $k(z)$, наилучшим образом согласующихся с наблюдениями остается актуальной задачей, [2-5].

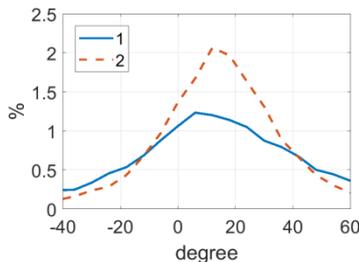


Рис. 1. Распределение углов поворота ветра в приземном слое:
1 – южнее 50° с.ш.
2 – севернее 50° с.ш.

Модификация модели Аккерблома - Экмана

Уравнение (2) имеет смысл и при комплексном коэффициенте $k(z)$, см. [6]. При $k(z) = const \in \mathbb{C}$ угол поворота ветра составит $\arg \sqrt{i/k}$, а значит, типичные наблюдаемые углы поворота достигаются при $\arg k \approx -65^\circ$, то есть когда мнимая часть k отрицательна и по модулю примерно вдвое больше действительной.

Данные радиозондирования в коде BUFR оперативно распространяются через сеть международного

обмена и имеют вертикальное разрешение 10-20м, чего вполне достаточно для адекватной оценки динамики ПСА, имеющего толщину 100-3000м. Были рассмотрены данные 33806 профиля ветра.

Поиск оптимального $k(z)$

Проинтегрировав (2) по вертикали, получим:

$$k(z) \frac{dw}{dz} = -\psi + c, \frac{d\psi}{dz} = il(w_g - w), \quad (3)$$

где константу интегрирования $c \in \mathbb{C}$ для удобства выберем так, чтобы $\int_0^H \psi(z) dz = 0$.

Предположим, что $k(z)$ не зависит от времени и горизонтальных переменных, т. е. являются универсальными функциями. Тогда по данным N вертикальных профилей ветра, будем искать $k(z)$ как функцию (возможно, зависящую от высоты и параметров атмосферы), минимизирующую среднюю относительную первого из уравнений (3) по N профилям:

$$L(k(z), c_j) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{W_j} \int_0^{H_j} \left| k(z) \frac{dw_j}{dz} + \psi(z) - c_j \right|^2 dz \rightarrow \min_{k(z), \{c_j\}}, \quad (4)$$

где j – номер профиля, $W_j = \int_0^{H_j} |\psi(z)|^2 dz$. При такой нормировке $\min_{c_j} L(0, c_j) = 1$. Задача минимизации (4)

легко сводится к задаче квадратичного программирования. Минимум (4) обозначим $0 < \Lambda < 1$. Величина $1 - \Lambda$ имеет смысл среднего коэффициента детерминации.

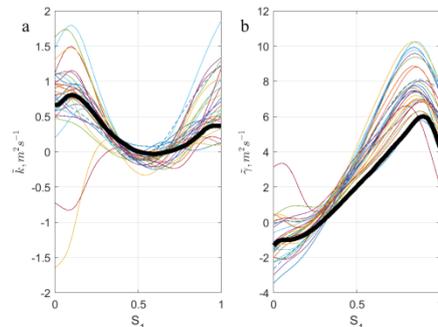


Рис. 2. Оптимальный коэффициент (а – действительная часть, b – мнимая часть) турбулентного обмена в зависимости от относительной высоты $S_1 = z/H$ для 28 станций, с каждой из которых имеется более 400 профилей. Жирные кривые – по всем 33806 профилям.

Заключение

Коэффициент турбулентного обмена при прочих равных линейно связан с толщиной ПСА (см. [3,4]), поэтому функционал (4) будем оптимизировать для параметризации:

$$k(z) = H \cdot \left[\tilde{k}(z/H) - i\tilde{\gamma}(z/H) \sin \varphi \right], \quad (5)$$

где сомножитель $\sin \varphi$ был добавлен по результатам экспериментов с данными измерений в Южном полушарии.

На рис. 2 приведены результаты оптимизации $\tilde{k}, \tilde{\gamma}$ для всего архива и отдельно для 28 агрометеорологических станций. Видно, что выбранный алгоритм даёт устойчивые оценки, при этом мнимая часть k превосходит действительную по величине до 10 раз.

Помимо толщины погранслоя, на выбор зависимости $k(z)$ может влиять устойчивость стратификации, [3,4]. Значения числа Ричардсона $Ri > Ri_c = 0.25$ соответствуют

устойчивой стратификации, $Ri < Ri_c$ – неустойчивой. Были рассмотрены различные подвыборки профилей: толстые (толще 1000м), тонкие (менее 500м), устойчивые ($Ri(z) > 0.3$) и неустойчивые ($Ri(z) < 0.2$).

В Табл.1 приведены оценки среднего коэффициента детерминации $1 - \Lambda$ для различных подвыборок и случаев действительного и комплексного $k(z)$. Видно, что модель с комплексным $k(z)$ в 3,3-7,1 раз лучше согласуется с данными наблюдений.

Табл. 1. Средний коэффициент детерминации $1 - \Lambda$ для различных вариантов параметризации модели (2) в виде (5) по различным подвыборкам

Подвыборка профилей	N	$k \in \mathbb{C}$	$k \in \mathbb{R}$	
		$1 - \Lambda_c$	$1 - \Lambda_r$	$\frac{1 - \Lambda_c}{1 - \Lambda_r}$
Все	33806	49,0%	14,0%	3,5
Толстые	10409	35,3%	7,8%	4,5
Тонкие	15622	71,2%	21,3%	3,3
Устойчивые	3168	77,4%	10,9%	7,1
Неустойчивые	29449	48,8%	14,1%	3,5

Список литературы

1. Ekman V.W. On the influence of the Earth's rotation on ocean currents, Ark Mat Astron Fys, – 1905 – vol. 2(11) – p. 1-53
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа // Дрофа – 2003 – 840с.
3. Vickers D. Mahrt L. Evaluating formulations of stable boundary layer height // J Appl Meteorol – 2004 – vol. 43(11) – p. 1736–1749
4. Mellor G.L. Yamada T. Development of turbulence closure model for geophysical fluid problems // Rev Geophys Space Phys – 1982 – vol. 20 – p. 851-875
5. Лайхтман Д.Л. (ред.) Динамическая метеорология // Гидрометеониздат – 1976 – 647с.
6. Bykov P.L., Gordin V.A. Big data and inverse problem for Ekman-Akerblom model // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modeling – 2018.

Работа подготовлена в ходе проведения исследования (№ 20-04-021) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета „Высшая школа экономики“ (НИУ ВШЭ)» в 2020 — 2021 гг. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».