

Теорема Романова и суммы двух квадратов

А. О. Радомский¹

¹Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
г. Москва

Н. П. Романов (1934) доказал, что если к множеству натуральных чисел, представимых в виде суммы простого числа и степени заданного целого основания $a > 1$, добавить число 1, то получится множество положительной плотности. Мы обобщаем этот результат в следующем направлении.

Пусть $A = \{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $B = \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ — две последовательности натуральных чисел. При некоторых ограничениях на A и B мы получаем нижнюю оценку для количества натуральных чисел n , не превосходящих x , которые можно представить в виде суммы $n = a_i + b_j$. В частности, мы получаем результат в случае, когда A — это множество простых чисел или чисел, представимых в виде суммы двух квадратов, а

$$B = \{a^{f(m)} : m \in \mathbb{N}\},$$

где $a > 1$ — целое число и $f(n)$ — произвольный полином с целыми коэффициентами, положительный на множестве натуральных чисел.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.O. Radomskii. Romanoff's theorem and sums of two squares. preprint, <https://arxiv.org/abs/2504.09954>.

Радомский Артём Олегович, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, **e-mail:** aradomskii@hse.ru