

# III осенняя математическая олимпиада Факультета компьютерных наук ВШЭ. I курс

21 сентября 2020, 17:30 – 20:30

*Уважаемые участники! Вопросы по условию принимаются в течение первого часа соревнования, то есть с 17:30 до 18:30 на электронную почту [olimpfak@gmail.com](mailto:olimpfak@gmail.com)*

*Официальное время окончания работы 20:30 (московское время). Далее даётся 10 мин. для ОТПРАВКИ решения (т.е. оформлять решение в это время уже запрещено, пишущие принадлежности должны быть отложены в сторону). При нарушении этого регламента более чем на 5 минут жюри может, на своё усмотрение, перевести работу участников в раздел “вне конкурса”.*

1. Найдите последние 3 цифры числа  $2003^{2002^{2001}}$ .
2. Сколькими способами на клетчатой доске  $9 \times 9$ , раскрашенной в шахматном порядке в белый и чёрный, можно так расставить 8 не бьющих друг друга ладей, чтобы они все стояли на клетках одного цвета?
3. Внутри остроугольного треугольника  $ABC$  отмечены две изогонально сопряжённые точки  $P$  и  $Q$ . Докажите, что они являются фокусами некоторого эллипса, вписанного в данный треугольник.
4. Для положительных вещественных чисел  $a, b$  и  $c$  таких, что  $a + b + c = 1$ , докажите, что

$$\sqrt[3]{\left(\frac{1+a}{b+c}\right)^{\frac{1-a}{bc}} \left(\frac{1+b}{a+c}\right)^{\frac{1-b}{ac}} \left(\frac{1+c}{a+b}\right)^{\frac{1-c}{ab}}} \geq 64$$