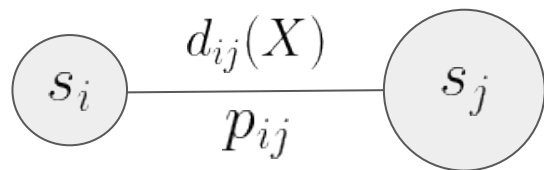


Изучение устойчивых коалиций в странах Африки

Задачи

Классическая Ландшафтная Теория (Landscape theory) стремится предсказать конфигурацию n действующих лиц, содержащихся в системе. Конфигурация - это разделение участников таким образом, что каждый принадлежит одной и только одной коалиции. Такая конфигурация может соответствовать разделению стран на международные альянсы, такие как НАТО и Варшавский договор, или людей на группы по интересам, например, на тех, кто поддерживает Демократическую партию, и тех, кто поддерживают Республиканскую

Основные определения



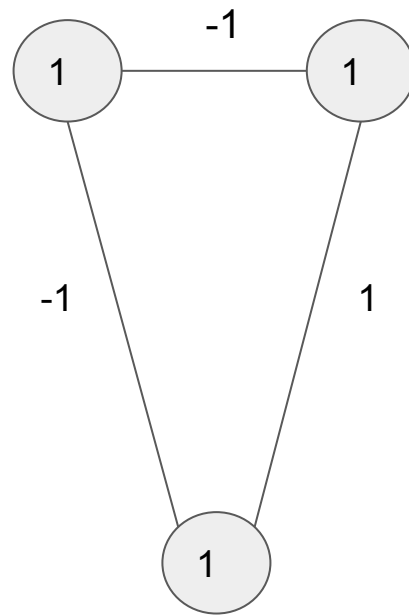
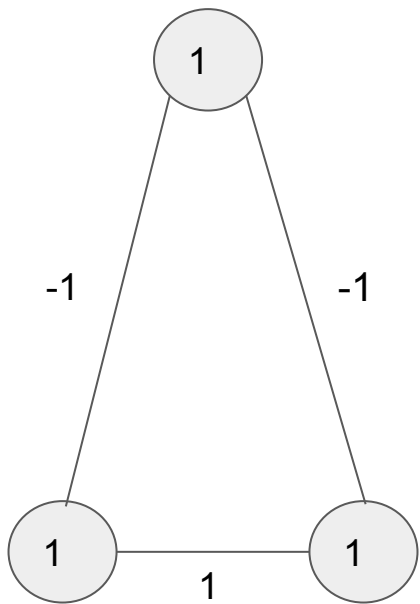
Разочарование:

$$F_i(X) = \sum_{i \neq j} s_j p_{ij} d_{ij}(X)$$

Энергия:

$$E(X) = \sum_i s_i F_i(x) = \sum_i s_i s_j p_{ij} d_{ij}(X)$$

Примеры



но есть проблемы

- 1) P_{ij} симметрично, что не всегда отвечает реальности
- 2) Игроки могут общаться между собой, а значит возможны групповые переходы

несимметричность

Ограничения:

1) $\forall_{ij} p_{ij} = \pm 1$

2) $\forall_i s_i = 1$

Определение:

Назовем двух игроков друзьями если $P_{ij} = P_{ji} = 1$ и врагами соответственно если $P_{ij} = P_{ji} = -1$

3) Если два игрока друзья, то $\forall_k p_{ik} = p_{jk}$, а если враги, то $\forall_k p_{ik} = -p_{jk}$

Леммы

- 1) при выполнении приведенных ограничений верно, что все игроки единственным образом разбиваются на непересекающиеся группы внутри каждой из которых любая пара человек друзья, а люди из разных групп друзьями не являются.
- 2) Если устойчивое разбиение существует, то в нем каждая группа друзей находится ровно в одной коалиции.

Теорема

Пусть $k_1 \dots k_n$ - размеры групп друзей, если верно что

$$\forall h : 0 < h \leq n \quad \sum_{l=1}^{h-1} k_l < k_h$$

Тогда устойчивое разбиение всегда существует.

Практическая задача

1. Разбиение стран Африки на 3 коалиции
2. Матрица расстояний между странами учитывает:
 - Material Capabilities
 - Contiguity
 - Common Colonizer
 - Geodesic Distance
 - Genetic Distance
 - Linguistic Distance
 - Religious Distance

$$p_{ij} = \text{mat}_i \cdot \text{mat}_j \cdot \text{mean}(1 - \text{con}_{ij}, 1 - \text{col}_{ij}, \text{geo}_{ij}, \text{gen}_{ij}, \text{lin}_{ij}, \text{rel}_{ij})$$

Проблемы

1. NP-сложная задача, $3^{47} \approx 10^{22}$ вариантов
2. Для трёх коалиций Strong Nash Equilibrium может не существовать
3. Max-3-cut не даст равновесия; к тому же является NP-полной задачей

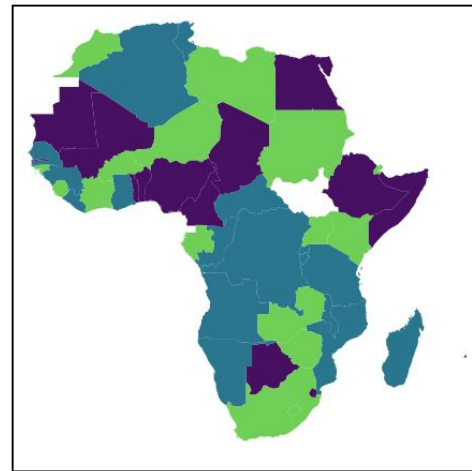
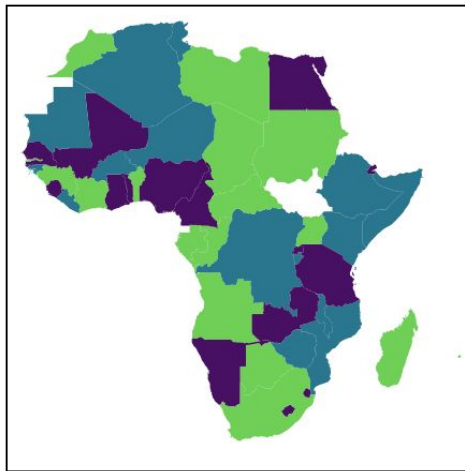
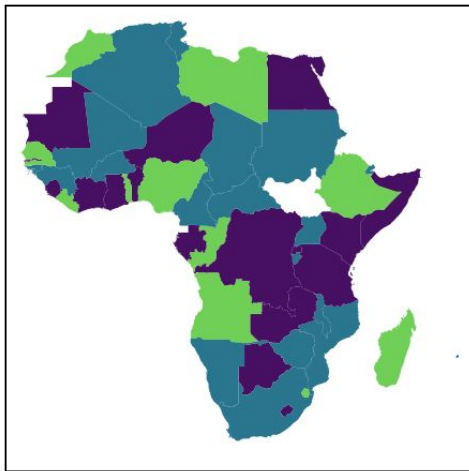
K-условное равновесие Нэша

Назовём k -условным равновесием Нэша конфигурацию, в которой каждый участник при переходе в другую коалицию уменьшит своё разочарование не больше чем в k раз.

Подходы:

1. Метод локальных оптимизаций
2. Метод отжига
3. Max-3-cut и аппроксимации

Результаты



СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Dower P.C., Gokmen G., Le Breton M., Weber S. Did the Cold War Produce Development Clusters in Africa? / P.C. Dower, G. Gokmen., M. Le Breton , S. Weber // Center for Economic policy research. February 2021.
2. Bennett J., Scott D. Landscapes as analogues of political phenomena / J. Bennett, D. Scott // Political Complexity: Nonlinear Models of Politics. University of Michigan Press, 2010. pp. 46-79.
3. Frieze A., Jerrum, M. Improved approximation algorithms for Max k-Cut and Max Bisection. / A. Frieze, M. Jerrum // Algorithmica vol. 18(1), 1997. pp. 67-81.
4. Ma F., Hao J. A Multiple Search Operator Heuristic for the Max-k-cut Problem. / F. Ma, J. Hao // Annals of Operations Research. Res. 248, 2017. pp. 365–403.