

Идентификация динамики манипуляционных роботов

к.т.н., Колюбин С.А.



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

9 ТМШ, июнь 2017

Содержание лекции

- линейная параметризация
- регрессионные модели
- оптимизация калибровочных траекторий
- оценивание параметров
- постановка и анализ результатов эксперимента

Мотивация

Зачем нужна идентификация?

- Истинные значения динамических параметров роботов (массы, моменты инерции, распределение массы в звеньях и т.п.) могут существенно отличаться от номинальных, заданных САД моделью или спецификациями производителей.
- параметры трения меняются в процессе работы (нагрев, износ)
- добавление полезной нагрузки меняет почти все динамические коэффициенты модели

Процедура

Рассматриваем офф-лайн идентификацию

- получить модель системы, пригодную для использования при идентификации
- рассчитать оптимальные калибровочные траектории
- провести эксперимент, записать и отфильтровать измерения
- вычислить оценки параметров
- проверить достоверность оценок и провести валидацию модели

Мотивация

Зачем нужна идентификация?

- Истинные значения динамических параметров роботов (массы, моменты инерции, распределение массы в звеньях и т.п.) могут существенно отличаться от номинальных, заданных САД моделью или спецификациями производителей.
- параметры трения меняются в процессе работы (нагрев, износ)
- добавление полезной нагрузки меняет почти все динамические коэффициенты модели

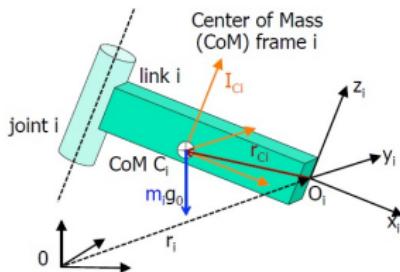
Процедура

Рассматриваем офф-лайн идентификацию

- получить модель системы, пригодную для использования при идентификации
- рассчитать оптимальные калибровочные траектории
- провести эксперимент, записать и отфильтровать измерения
- вычислить оценки параметров
- проверить достоверность оценок и провести валидацию модели

Исходные динамические параметры звена

Рассматриваем абсолютно упругое звено и сочленение



©De Luca

3 системы координат

- ① базовая (инерциальная)
- ② кинематическая (DH или MDH)
- ③ барицентрическая - связанная с центром массы тела

Каждое звено характеризуется 10 динамическими параметрами:

- масса m_i
- координаты центра масс $r_{ci} = [r_{xi} \ r_{yi} \ r_{zi}]^T$
- моменты инерции

$$I_{ci} = \begin{bmatrix} I_{ci,xx} & I_{ci,xy} & I_{ci,xz} \\ - & I_{ci,yy} & I_{ci,yz} \\ - & - & I_{ci,zz} \end{bmatrix}$$

Пересчет в кинематических СК

Проблема

Динамика робота зависит от исходных физических параметров звеньев
нелинейно

- Потенциальная энергия

$$P_i = -m_i g_0^T r_{0,ci} = -m_i g_0^T (r_i + r_{ci}) = -m_i g_0^T r_i - g_0^T (m_i r_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_{ci}^T v_{ci} + \frac{1}{2} \omega_i^T I_{ci} \omega_i$$

Пересчет в кинематических СК

Проблема

Динамика робота зависит от исходных физических параметров звеньев
нелинейно

- Потенциальная энергия

$$P_i = -m_i g_0^T r_{0,ci} = -m_i g_0^T (r_i + r_{ci}) = -m_i g_0^T r_i - g_0^T (m_i r_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_{ci}^T v_{ci} + \frac{1}{2} \omega_i^T I_{ci} \omega_i$$

Фундаментальное кинематическое соотношение

$$v_{ci} = v_i + \omega_i \times r_{ci} = v_i + S(\omega_i) r_{ci} = v_i - S(r_{ci}) \omega_i \Rightarrow$$

Пересчет в кинематических СК

Проблема

Динамика робота зависит от исходных физических параметров звеньев
нелинейно

- Потенциальная энергия

$$P_i = -m_i g_0^T r_{0,ci} = -m_i g_0^T (r_i + r_{ci}) = -m_i g_0^T r_i - g_0^T (m_i r_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_{ci}^T v_{ci} + \frac{1}{2} \omega_i^T I_{ci} \omega_i$$

Фундаментальное кинематическое соотношение

$$v_{ci} = v_i + \omega_i \times r_{ci} = v_i + S(\omega_i) r_{ci} = v_i - S(r_{ci}) \omega_i \Rightarrow$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_i (v_i - S(r_{ci}) \omega_i)^T (v_i - S(r_{ci}) \omega_i) + \frac{1}{2} \omega_i^T I_{ci} \omega_i$$

Пересчет в кинематических СК

Проблема

Динамика робота зависит от исходных физических параметров звеньев **нелинейно**

- Потенциальная энергия

$$P_i = -m_i g_0^T r_{0,ci} = -m_i g_0^T (r_i + r_{ci}) = -m_i g_0^T r_i - g_0^T (m_i r_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} \omega_i^T \left(I_{ci} + m_i S^T(r_{ci}) S(r_{ci}) \right) \omega_i - v_i S(m_i r_{ci}) \omega_i$$

Решение

Пересчитать инерцию звена и координаты его центра масс в произвольной кинематической СК (одинаковая ориентация с барицентрической СК), так что все элементы из нового набора динамических параметров будут входить в выражения для кинетической и потенциальной энергии **линейно**

Стандартные параметры

- Потенциальная энергия

$$P_i = -m_i g_0^T r_i - g_0^T (m_i r_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} \omega_i^T \left(I_{ci} + m_i S^T(r_{ci}) S(r_{ci}) \right) \omega_i - v_i S(m_i r_{ci}) \omega_i$$

Стандартные параметры

- Потенциальная энергия

$$P_i = -m_i g_0^T r_i - g_0^T(m_i r_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} \omega_i^T \left(I_{ci} + m_i S^T(r_{ci}) S(r_{ci}) \right) \omega_i - v_i S(m_i r_{ci}) \omega_i$$

В соответствии с теоремой Штейнера

$$I_i = I_{ci} + m_i \left(||r_{ci}||^2 E - r_{ci}^T r_{ci} \right) = \begin{bmatrix} I_{i,xx} & I_{i,xy} & I_{i,xz} \\ - & I_{i,yy} & I_{i,yz} \\ - & - & I_{i,zz} \end{bmatrix}$$

Стандартные параметры

- Потенциальная энергия

$$P_i = -m_i g_0^T r_i - g_0^T (m_i r_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} \omega_i^T \left(I_{ci} + m_i S^T(r_{ci}) S(r_{ci}) \right) \omega_i - v_i^T S(m_i r_{ci}) \omega_i$$

В соответствии с теоремой Штейнера

$$I_i = I_{ci} + m_i \left(||r_{ci}||^2 E - r_{ci}^T r_{ci} \right) = \begin{bmatrix} I_{i,xx} & I_{i,xy} & I_{i,xz} \\ - & I_{i,yy} & I_{i,yz} \\ - & - & I_{i,zz} \end{bmatrix}$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i \omega_i + m_i r_{ci}^T S(v_i) \omega_i$$

Стандартные параметры

- Потенциальная энергия

$$P_i = -\mathbf{m}_i \mathbf{g}_0^T \mathbf{r}_i - \mathbf{g}_0^T (\mathbf{m}_i \mathbf{r}_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} \mathbf{m}_i \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i + \frac{1}{2} \omega_i^T \mathbf{I}_i \omega_i + \mathbf{m}_i \mathbf{r}_{ci}^T \mathbf{S}(\mathbf{v}_i) \omega_i$$

Стандартные параметры

- Потенциальная энергия

$$P_i = -\mathbf{m}_i \mathbf{g}_0^T \mathbf{r}_i - \mathbf{g}_0^T (\mathbf{m}_i \mathbf{r}_{ci})$$

- Кинетическая энергия

$$K_i = \frac{1}{2} \mathbf{m}_i \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i + \frac{1}{2} \omega_i^T \mathbf{I}_i \omega_i + \mathbf{m}_i \mathbf{r}_{ci}^T \mathbf{S}(v_i) \omega_i$$

Вектор (постоянных) стандартных динамических параметров

Также 10 параметров для каждого звена

$$\boldsymbol{\chi}_i = \begin{pmatrix} m_i \\ m_i \mathbf{r}_{ci} \\ I_i \end{pmatrix} = (m_i \quad m_i \mathbf{r}_{ci,x} \quad m_i \mathbf{r}_{ci,y} \quad m_i \mathbf{r}_{ci,z} \quad I_{i,xx} \quad I_{i,xy} \quad I_{i,xz} \quad I_{i,yy} \quad I_{i,yz} \quad I_{i,zz})^T,$$

$m_i \mathbf{r}_{ci}$ - вектор первых моментов, I_i - вектор моментов инерции относительно кинематической СК

Линейная параметризация

- Уравнения движения получаются из соотношений для кинетической и потенциальной энергии вследствие только линейных преобразований
- Всегда можно переписать исходные уравнения движения в линейной регрессионной форме

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \omega(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) \chi,$$

$\chi^T = [\chi_1^T \chi_2^T \dots \chi_n^T] \in R^{10n}$ - вектор неизвестных стандартных динамических параметров, $\omega(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t))$ - $n \times 10n$ регрессор (измеряемые сигналы)

Замечание

Для последовательной кинематики регрессор имеет верхне-треугольную форму

$$\omega(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) = \begin{pmatrix} \omega_{1,1} & \omega_{1,2} & \dots & \omega_{1,n} \\ 0 & \omega_{2,2} & \dots & \omega_{2,n} \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \omega_{n,n} \end{pmatrix},$$

где ω_{ij} - 1×10 вектор-строка, т.е. i -е динамическое уравнение зависит только от стандартных параметров звеньев от i до n

Базовые параметры

- некоторые стандартные параметры не оказывают влияния на динамику системы - соответствуют нулевым столбцам регрессора
- некоторые стандартные параметры входят в регрессионную модель только в устойчивых комбинациях с другими - соответствуют линейно- зависимым столбцам регрессора
- перечисленные параметры не могут быть идентифицированы
- можно выбрать $n_b << n$ независимых групп динамических параметров - соответствуют независимым столбцам регрессора ω_B
- выбор можно осуществить не единственным образом
- вычисление минимальной параметризации важно для:
 - экспериментальной идентификации динамической модели
 - синтезе адаптивных и робастных регуляторов в условиях параметрической неопределенности

Базовые параметры

Утверждение

Подмножество n_b базовых параметров (динамических коэффициентов) χ_B , $n_b \leq n$ достаточно для восстановления управляющих моментов (обратная задача динамики)

$$\tau(t) = \omega_B(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) \chi_B, \quad \forall t. \quad (1)$$

Базовый регрессор $\omega_B(\cdot)$ - это матрица, составленная из n_b столбцов исходного регрессора $\omega(\cdot)$.

Базовые параметры можно вычислить из исходного набора на основе QR-декомпозиции.

Базовые параметры

Утверждение

Подмножество n_b базовых параметров (динамических коэффициентов) χ_B , $n_b \leq n$ достаточно для восстановления управляющих моментов (обратная задача динамики)

$$\tau(t) = \omega_B(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) \chi_B, \quad \forall t. \quad (1)$$

Базовый регрессор $\omega_B(\cdot)$ - это матрица, составленная из n_b столбцов исходного регрессора $\omega(\cdot)$.

Базовые параметры можно вычислить из исходного набора на основе QR-декомпозиции.

Базовые параметры - пример

Плоский манипулятор с двумя вращательными степенями свободы

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_1 & c_2(2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - s_2(\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) \\ 0 & c_2\ddot{q}_1 + s_2\dot{q}_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_2 & c_1 & c_{12} \\ \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & 0 & c_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= I_{c1,zz} + m_1 d_1^2 + I_{c2,zz} + m_2 d_2^2 + m_2 \ell_1^2 \\ a_2 &= m_2 \ell_1 d_2 \quad a_3 = I_{c2,zz} + m_2 d_2^2 \\ a_4 &= g_0(m_1 d_1 + m_2 \ell_1) \\ a_5 &= g_0 m_2 d_2 \end{aligned}$$

Базовые параметры - пример

Плоский манипулятор с двумя вращательными степенями свободы

Эвристический отбор

$$a_2 = m_2 \ell_1 d_2 \quad a_5 = g_0 m_2 d_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = m_2 d_2$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_1 & \ell_1 c_2 (2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - \ell_1 s_2 (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) + g_0 c_{12} & \ddot{q}_2 & g_0 c_1 \\ 0 & \ell_1 c_2 \ddot{q}_1 + \ell_1 s_2 \dot{q}_1^2 + g_0 c_{12} & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = Y a = u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$a_1 = I_{c1,zz} + m_1 d_1^2 + I_{c2,zz} + m_2 d_2^2 + m_2 \ell_1^2 \quad a_2 = m_2 d_2$$

$$a_3 = I_{c2,zz} + m_2 d_2^2 \quad a_4 = m_1 d_1 + m_2 \ell_1$$

Базовые параметры - пример

Плоский манипулятор с двумя вращательными степенями свободы

Систематическая процедура

$$m_1 d_1 \quad I_{1,zz} = I_{c1,zz} + m_1 d_1^2 \quad (\text{link 1}) \quad m_2 \quad m_2 d_2 \quad I_{2,zz} = I_{c2,zz} + m_2 d_2^2 \quad (\text{link 2})$$

$$Y_{\pi 3} = Y_{\pi 1} \ell_1 + Y_{\pi 2} \ell_1^2$$

$$\begin{pmatrix} g_0 c_1 & \ddot{q}_1 & \ell_1 c_2 (2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - \ell_1 s_2 (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) + g_0 c_{12} & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 \\ 0 & 0 & \ell_1 c_2 \ddot{q}_1 + \ell_1 s_2 \dot{q}_1^2 + g_0 c_{12} & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = Ya = u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$a_1 = m_1 d_1 + m_2 \ell_1 \quad a_2 = I_{1,zz} + m_2 \ell_1^2 = (I_{c1,zz} + m_1 d_1^2) + m_2 \ell_1^2 \quad a_3 = m_2 d_2 \quad a_4 = I_{2,zz} = I_{c2,zz} + m_2 d_2^2$$

Значимые параметры

Некоторые базовые параметры могут не оказывать существенного влияния на динамику робота и могут быть исключены из рассмотрения в процессе оценивания. Т.о. останется еще меньший набор **значимых**

Как это сделать?

- проверка статистических гипотез (F-статистика)
- "вручную" на основе дисперсий полученных оценок

Важно сохранить среди значимых параметры, которые проявляют себя в специфических режимах работы робота

Динамическая модель робота

Динамика робота последовательной кинематики с n степенями свободы с абсолютно упругими звеньями и сочленениями с учетом динамики приводов и сил трения

$$\tau_l = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_{fl}, \quad (2)$$

$$\tau = I_a\ddot{q} + \tau_l + \tau_{fm}, \quad (3)$$

$q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ - обобщенные координаты, скорости и ускорения

$\tau, \tau_l \in R^n$ - моменты в сочленениях и на приводах

I_a - диагональная матрица инерции роторов приводов

$\tau_{fl}, \tau_{fm} \in R^n$ - моменты сил трения в сочленениях и приводах

Динамическая модель робота

Динамика робота последовательной кинематики с n степенями свободы с абсолютно упругими звеньями и сочленениями с учетом динамики приводов и сил трения

$$\tau_l = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_{fl}, \quad (2)$$

$$\tau = I_a\ddot{q} + \tau_l + \tau_{fm}, \quad (3)$$

$q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ - обобщенные координаты, скорости и ускорения

$\tau, \tau_l \in R^n$ - моменты в сочленениях и на приводах

I_a - диагональная матрица инерции роторов приводов

$\tau_{fl}, \tau_{fm} \in R^n$ - моменты сил трения в сочленениях и приводах

Обобщенные силы/моменты

$$\tau_f = F_{vl}\dot{q} + F_{cl}\text{sign}(\dot{q}) + offl, \quad (4)$$

$$\tau_{fm} = F_{vm}\dot{q} + F_{cm}\text{sign}(\dot{q}) + offm. \quad (5)$$

F_{vm} , F_{cm} , F_{vl} , F_{cl} - $n \times n$ диагональные постоянные матрицы коэффициентов сухого и вязкого трения в приводах и сочленениях соответственно; $offm$, $offl \in R^n$ сдвиги в моментах.

Моменты приводов могут быть рассчитаны по измерениям токов (на достаточно медленных движениях)

$$\tau_j = g_j i_j,$$

g_j - коэффициент пропорциональности, i_j - ток привода.

Регрессионная модель

$$\tau(t) = \omega(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) \chi, \quad \forall t. \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \chi_j = & [XX_j, XY_j, XZ_j, YY_j, YZ_j, ZZ_j, MX_j, MY_j, MZ_j, M_j, \\ & I_{aj}, F_{vl,j}, F_{cl,j}, offl_j, F_{vm,j}, F_{cm,j}, offm_j]^T \end{aligned}$$

$XX_j, XY_j, XZ_j, YY_j, YZ_j, ZZ_j$ - моменты инерции, MX_j, MY_j, MZ_j - первые моменты, M_j - масса j -го звена, $j = 1, \dots, n$.

Суммарно имеем $n_s = 17 \cdot n$ стандартных динамических параметров.

Регрессионная модель

$$\tau(t) = \omega(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) \chi, \quad \forall t. \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \chi_j = & [XX_j, XY_j, XZ_j, YY_j, YZ_j, ZZ_j, MX_j, MY_j, MZ_j, M_j, \\ & I_{aj}, F_{vl,j}, F_{cl,j}, offl_j, F_{vm,j}, F_{cm,j}, offm_j]^T \end{aligned}$$

$XX_j, XY_j, XZ_j, YY_j, YZ_j, ZZ_j$ - моменты инерции, MX_j, MY_j, MZ_j - первые моменты, M_j - масса j -го звена, $j = 1, \dots, n$.

Суммарно имеем $n_s = 17 \cdot n$ стандартных динамических параметров.

Идентификационная динамическая модель

Из-за шумов в измерениях, полученные измерения для моментов будут отличаться от действительных значений

$$\tau(t) = \omega_B(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) \chi_B + \epsilon(t), \quad (7)$$

Допущение

Модель (7) справедлива, если мы рассматриваем шум в измерениях $\epsilon(t)$ как аддитивный

Агрегированная форма

Собираем измерения, собранные вдоль всей калибровочной траектории

$$Y = \Omega_B \chi_B + E, \quad (8)$$

где Y и E - вектор агрегированных измерений размерности $[r \times 1]$ при $r = n \cdot n_e$ и n_e - число сэмплов измерений; Ω_B - матрица наблюдений, полученная "вертикальным составленем" блоков $\omega_B(q(t_k), \dot{q}(t_k), \ddot{q}(t_k))$ для $k = 1, \dots, n_e$.

Идентификационная динамическая модель

Из-за шумов в измерениях, полученные измерения для моментов будут отличаться от действительных значений

$$\tau(t) = \omega_B(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) \chi_B + \epsilon(t), \quad (7)$$

Допущение

Модель (7) справедлива, если мы рассматриваем шум в измерениях $\epsilon(t)$ как аддитивный

Агрегированная форма

Собираем измерения, собранные вдоль всей калибровочной траектории

$$Y = \Omega_B \chi_B + E, \quad (8)$$

где Y и E - вектор агрегированных измерений размерности $[r \times 1]$ при $r = n \cdot n_e$ и n_e - число сэмплов измерений; Ω_B - матрица наблюдений, полученная "вертикальным составленем" блоков $\omega_B(q(t_k), \dot{q}(t_k), \ddot{q}(t_k))$ для $k = 1, \dots, n_e$.

Идентификационная динамическая модель

Из-за шумов в измерениях, полученные измерения для моментов будут отличаться от действительных значений

$$\tau(t) = \omega_B(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)) \chi_B + \epsilon(t), \quad (7)$$

Допущение

Модель (7) справедлива, если мы рассматриваем шум в измерениях $\epsilon(t)$ как аддитивный

Агрегированная форма

Собираем измерения, собранные вдоль всей калибровочной траектории

$$Y = \Omega_B \chi_B + E, \quad (8)$$

где Y и E - вектор агрегированных измерений размерности $[r \times 1]$ при $r = n \cdot n_e$ и n_e - число сэмплов измерений; Ω_B - матрица наблюдений, полученная "вертикальным составленем" блоков $\omega_B(q(t_k), \dot{q}(t_k), \ddot{q}(t_k))$ для $k = 1, \dots, n_e$.

Параметризация траекторий

Как выбрать оптимальные калибровочные траектории $q_i^*(\cdot)$ для лучшей сходимости оценок параметров (условие неисчезающего возбуждения)?

Фурье-параметризация

Рассмотрим семейство траекторий, где движение i -го звена ($i = 1, \dots, n$) описывается как

$$q_i^*(t) = q_{i,0} + \sum_{k=1}^{n_f} [a_{i,k} \sin(k \cdot w_0 t) + b_{i,k} \cos(k \cdot w_0 t)]. \quad (9)$$

$q_{i,0}$ - начальный сдвиг, w_0 - базовая частота, $a_{i,k}$ и $b_{i,k}$ - постоянные коэффициенты, n_f - число гармоник.

Требования

Порядок n_f полинома и базовая частота w_0 выбираются так, что:

- возбуждаются высокочастотные движения ($w_0 \uparrow, n_f \uparrow$)
- покрывается большая часть рабочего (конфигурационного) пространства ($w_0 \downarrow$)
- избегается возбуждение нежелательных частот в механизмах $n_f \cdot w_0 < w_r$,

где w_r - наименьшая резонансная частота по звеньям

Параметризация траекторий

Фурье-параметризация

Рассмотрим семейство траекторий, где движение i -го звена ($i = 1, \dots, n$) описывается как

$$q_i^*(t) = q_{i,0} + \sum_{k=1}^{n_f} [a_{i,k} \sin(k \cdot w_0 t) + b_{i,k} \cos(k \cdot w_0 t)]. \quad (9)$$

$q_{i,0}$ - начальный сдвиг, w_0 - базовая частота, $a_{i,k}$ и $b_{i,k}$ - постоянные коэффициенты, n_f - число гармоник.

Требования

Порядок n_f полинома и базовая частота w_0 выбираются так, что:

- возбуждаются высокочастотные движения ($w_0 \uparrow, n_f \uparrow$)
- покрывается большая часть рабочего (конфигурационного) пространства ($w_0 \downarrow$)
- избегается возбуждение нежелательных частот в механизмах $n_f \cdot w_0 < w_r$, где w_r - наименьшая резонансная частота по звеням

Критерий оптимизации

Классический критерий

Минимизация числа обсусловленности матрицы наблюдений $\Omega_B(\cdot)$

$$\text{cond}(\Omega_B) \rightarrow \min$$

(равномерное распределение "возбуждения" по всем параметрам)

При этом должно гарантироваться $\text{rank}(\Omega_B) = n_b$ - матрица полного ранга по столбцам

Недостатки

Учитывается только "частотное богатство" сигнала, при этом могут получаться плохие соотношения сигнал шум по плохо нагруженным звеньям (малые амплитуды)

Критерий оптимизации

Классический критерий

Минимизация числа обсусловленности матрицы наблюдений $\Omega_B(\cdot)$

$$\text{cond}(\Omega_B) \rightarrow \min$$

(равномерное распределение "возбуждения" по всем параметрам)

При этом должно гарантироваться $\text{rank}(\Omega_B) = n_b$ - матрица полного ранга по столбцам

Недостатки

Учитывается только "частотное богатство" сигнала, при этом могут получаться плохие соотношения сигнал шум по плохо нагруженным звеньям (малые амплитуды)

Критерий оптимизации

Мульти-критериальная оптимизация

$$\min_{q_{i,0}, a_{i,k}, b_{i,k}, \gamma} \gamma \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} F(q_{i,0}, a_{i,k}, b_{i,k}, t) - \gamma \cdot \Psi \leq \Lambda, \\ [\dot{q}_i^*(0), \ddot{q}_i^*(0)] = [0, 0], \\ q_i^*(t) \in (q_{i,\min}, q_{i,\max}), \\ \dot{q}_i^*(t) \in (\dot{q}_{i,\min}, \dot{q}_{i,\max}), \\ \tau_i^*(t) \in (\tau_{i,\min}, \tau_{i,\max}), \\ d_{xy}(t) \geq 0.3, \\ z(t) \geq -0.2, \\ i = 1 \dots n, \quad k = 1 \dots n_f, \end{cases} \quad (10)$$

где $\Lambda = [g_{\Omega_b}; k_{\tau_6} \cdot \tau_{6,max}; k_{\tau_7} \cdot \tau_{7,max}]$ - целевая матричная функция, γ - коэффициент достижимости, $\Psi = |\Lambda|$ - весовая матрица,

$$F(\cdot) = \left[\text{cond}(\Omega_B); \overline{(\tau_{6,max} - |\tau_6^*(t)|)}; \overline{(\tau_{7,max} - |\tau_7^*(t)|)} \right]$$

Оптимизационные ограничения

- ограничения по координатам и скоростям звеньев
- геометрические ограничения для избежания столкновений
- ограничения на управляющие моменты
- доп. ограничения, например, нулевые сокрости и ускорения в начале и конце дентификационного эксперимента

Постановка задачи

Цель

Найти оценки $\hat{\chi}_B$ базовых параметров χ_B такие, что отклонение между измеренными τ_m и вычисленными τ_c моментами на приводах будет минимальным

$$\hat{\chi}_B : \|\Delta Y\|_2 \rightarrow \min,$$

Где $\Delta Y = Y_m - Y_c(\chi_B) = Y_f - \Omega_{Bf}\hat{\chi}_B$.

Фильтрация измерений

Измерения $\tau(\cdot)$ и $q(\cdot)$ нужно предварительно пропустить через полосовой фильтр

$$\mathbf{Y}_f = \Omega_{Bf} \boldsymbol{\chi}_B + \mathbf{E}_f, \quad (11)$$

f обозначает отфильтрованные измерения

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_f &= \left[\tau^f(t_1); \tau^f(t_2); \dots \tau^f(t_{n_e}) \right], \\ \Omega_{Bf} &= \begin{bmatrix} \omega_B (\hat{q}^f(t_1), \hat{\dot{q}}^f(t_1), \hat{\ddot{q}}^f(t_1)) \\ \vdots \\ \omega_B (\hat{q}^f(t_{n_e}), \hat{\dot{q}}^f(t_{n_e}), \hat{\ddot{q}}^f(t_{n_e})) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Допущения

Сигнал E_f имеет нуевое среднее, последовательно некоррелирован и гедероскедастичен, т.е. имеет блочно-диагональную матрицу ковариации

$$\mathbf{R} = \text{diag} \left(\sigma_1^2 \mathbf{I}_{ne} \cdots \sigma_j^2 \mathbf{I}_{ne} \cdots \sigma_n^2 \mathbf{I}_{ne} \right), \quad (12)$$

где I_{ne} - $[n_e \times n_e]$ единичная матрица и σ_j^2 - вариация ошибки оценивания, вычисленная для j -й подсистемы в (11).

Фильтрация измерений

Измерения $\tau(\cdot)$ и $q(\cdot)$ нужно предварительно пропустить через полосовой фильтр

$$\mathbf{Y}_f = \Omega_{Bf} \boldsymbol{\chi}_B + E_f, \quad (11)$$

f обозначает отфильтрованные измерения

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_f &= \left[\tau^f(t_1); \tau^f(t_2); \dots \tau^f(t_{n_e}) \right], \\ \Omega_{Bf} &= \begin{bmatrix} \omega_B (\hat{q}^f(t_1), \hat{\dot{q}}^f(t_1), \hat{\ddot{q}}^f(t_1)) \\ \vdots \\ \omega_B (\hat{q}^f(t_{n_e}), \hat{\dot{q}}^f(t_{n_e}), \hat{\ddot{q}}^f(t_{n_e})) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Допущения

Сигнал E_f имеет нуевое среднее, последовательно некоррелирован и гедероскедастичен, т.е. имеет блочно-диагональную матрицу ковариации

$$\mathbf{R} = \text{diag} \left(\sigma_1^2 \mathbf{I}_{n_e} \cdots \sigma_j^2 \mathbf{I}_{n_e} \cdots \sigma_n^2 \mathbf{I}_{n_e} \right), \quad (12)$$

где \mathbf{I}_{n_e} - $[n_e \times n_e]$ единичная матрица и σ_j^2 - вариация ошибки оценивания, вычисленная для j -й подсистемы в (11).

Алгоритм оценивания

Взвешенный МНК

Позволяет получить оптимальные по вариации оценки $\hat{\chi}_B$

$$\hat{\chi}_B = \left(\Omega_{Bf}^T R^{-1} \Omega_{Bf} \right)^{-1} \Omega_{Bf}^T R^{-1} Y_f. \quad (13)$$

Проверка качества оценок

- матрица ковариации $\Sigma = \left(\Omega_{Bf}^T R^{-1} \Omega_{Bf} \right)^{-1}$ описывает параметрическую неопределенность в $\hat{\chi}_B$ в целом (достоверность оценок)
- СКО i -го элемента в $\hat{\chi}_B$

$$\% \bar{\sigma}_{\hat{\chi}_B^i} = \frac{100 \cdot \bar{\sigma}_{\hat{\chi}_B^i}}{|\hat{\chi}_B^i|}, \quad (14)$$

может использовать как сертификат для проверки отдельных оценок, $\bar{\sigma}_{\hat{\chi}_B^i}^2$
- i -й диагональный коэффициент в Σ .

Алгоритм оценивания

Взвешенный МНК

Позволяет получить оптимальные по вариации оценки $\hat{\chi}_B$

$$\hat{\chi}_B = \left(\Omega_{Bf}^T R^{-1} \Omega_{Bf} \right)^{-1} \Omega_{Bf}^T R^{-1} Y_f. \quad (13)$$

Проверка качества оценок

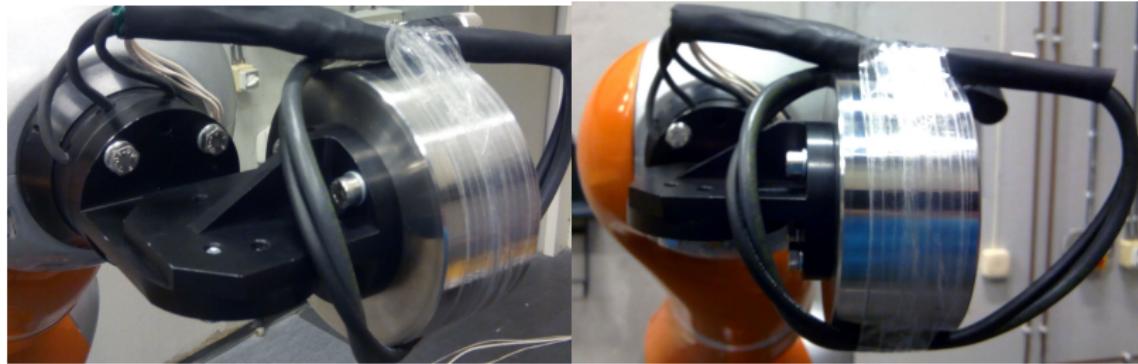
- матрица ковариации $\Sigma = \left(\Omega_{Bf}^T R^{-1} \Omega_{Bf} \right)^{-1}$ описывает параметрическую неопределенность в $\hat{\chi}_B$ в целом (достоверность оценок)
- СКО i -го элемента в $\hat{\chi}_B$

$$\% \bar{\sigma}_{\hat{\chi}_B^i} = \frac{100 \cdot \bar{\sigma}_{\hat{\chi}_B^i}}{|\hat{\chi}_B^i|}, \quad (14)$$

может использовать как сертификат для проверки отдельных оценок, $\bar{\sigma}_{\hat{\chi}_B^i}$
 - i -й диагональный коэффициент в Σ .

Описание комплекса

Идентификация динамической модели избыточного манипулятора
последовательной кинематики KUKA LWR 4+



Идентифицируемые модели

- Модель 1 – только динамика звеньев без учета приводов ($\tau = \tau_l$)
- Модель 2 – полная динамика звеньев и приводов, т.е. измеряются моменты в сочленениях и в приводах
- Модель 3 – динамика только приводов, используется разность моментов в приводах и в сочленениях.

Для модели 2

- исходный стандартных динамических параметров 136
- исключили 18 неидентифицируемых параметров, перегруппировали 16
- осталось 102 базовых параметра (динамические множители)
- 49 значимых динамических параметров

Идентифицируемые модели

- Модель 1 – только динамика звеньев без учета приводов ($\tau = \tau_l$)
- Модель 2 – полная динамика звеньев и приводов, т.е. измеряются моменты в сочленениях и в приводах
- Модель 3 – динамика только приводов, используется разность моментов в приводах и в сочленениях.

Для модели 2

- исходный стандартных динамических параметров 136
- исключили 18 неидентифицируемых параметров, перегруппировали 16
- осталось 102 базовых параметра (динамические множители)
- 49 значимых динамических параметров

Калибровочные траектории

- неоптимизированная траектория - движение между произвольными точками с трапециевидным профилем скорости
- результат оптимизации с использованием классического критерия $\text{cond}(\Omega_B) \rightarrow \min$ (алгоритм 1)
- результат мульти-критериальной оптимизации с $g_{\Omega_b} = 35$, $k_{\tau_6} = k_{\tau_7} = 0.9$ (алгоритм 2).

Калибровочные траектории

Таблица: Характеристики калибровочных траекторий

Траектория	Ограничения	Число обусловленности	Средний момент $ \tau_1 , \dots, \tau_7 $
Неопт.	yes	84.21	[3.05, 45.09, 6.78, 18.58, 2.17, 2.28, 1.04]
Алгоритм 1	yes	34.01	[3.12, 41.71, 9.30, 13.24, 2.12, 1.56, 0.92]
Алгоритм 2	yes	37.23	[4.63, 42.26, 10.23, 14.05, 1.56, 1.64, 1.64]

Калибровочные траектории

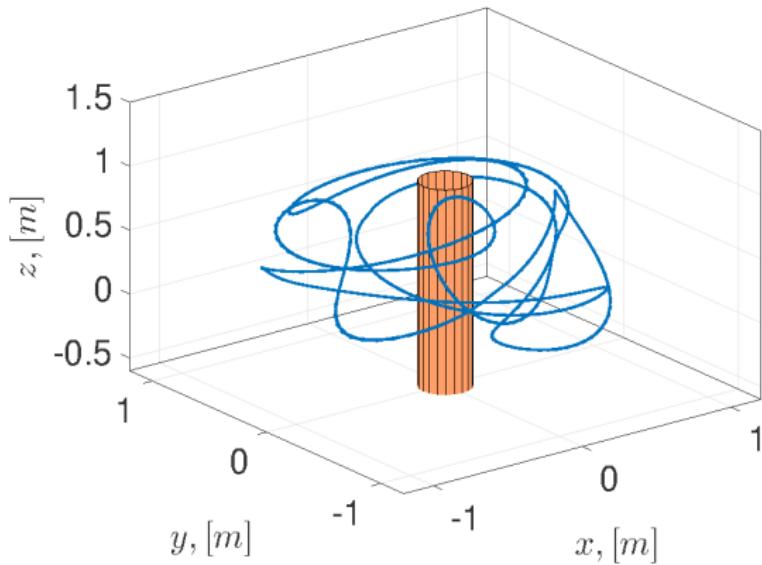


Рис.: Траектория в декартовом пространстве

Калибровочные траектории

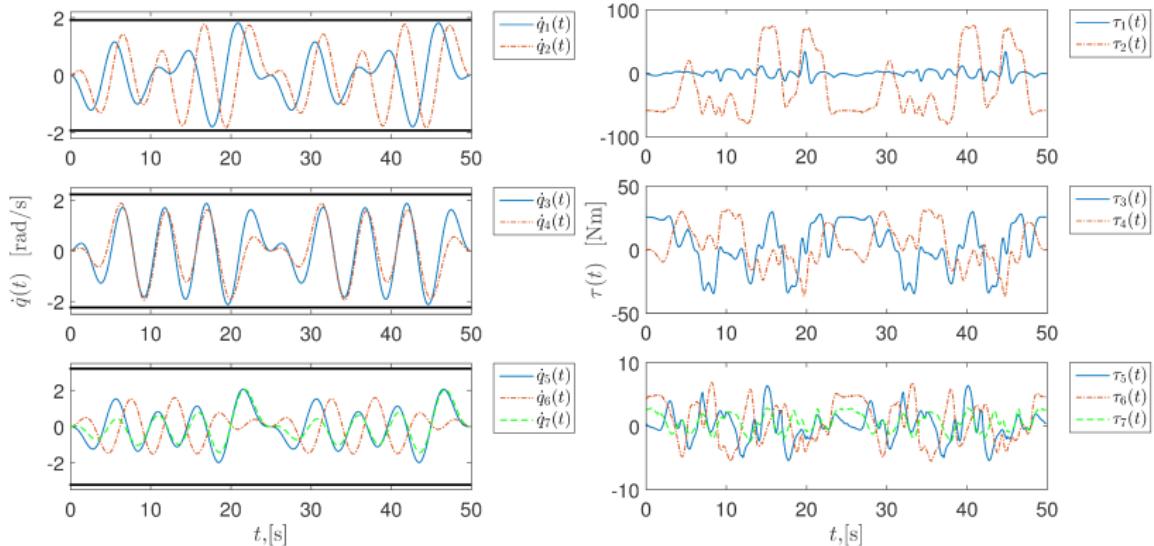


Рис.: Скорости и моменты в сочленениях

Оценки параметров

Таблица: Оценки значимых параметров для модели 2

Пар.	\hat{x}_B	$\% \hat{\sigma}_{\hat{x}_B}^i$	Пар.	\hat{x}_B	$\% \hat{\sigma}_{\hat{x}_B}^i$	Пар.	\hat{x}_B	$\% \hat{\sigma}_{\hat{x}_B}^i$
Ia ₁	3.14	1.68	Fvm ₁	16.68	0.84	Fcm ₁	15.04	1.02
Ia ₂	2.58	5.42	Fvm ₂	19.09	1.29	Fcm ₂	16.48	1.43
offm ₂	2.09	6.91	Ia ₃	2.14	1.85	Fvm ₃	7.87	1.14
Fcm ₃	8.77	1.12	Ia ₄	1.97	4.20	Fvm ₄	11.63	1.61
Fcm ₄	9.96	2.11	Ia ₅	0.67	8.37	Fvm ₅	5.39	1.87
Fcm ₅	5.58	1.47	Ia ₆	0.38	6.51	Fvm ₆	3.64	1.63
Fcm ₆	4.41	1.41	Ia ₇	0.42	3.18	Fvm ₇	2.03	1.78
Fcm ₇	4.16	1.62	offm ₇	-0.54	7.31	Fcl ₁	0.79	2.70
offl ₁	0.28	7.33	Fcl ₂	0.41	2.24	offl ₂	-0.87	1.37
Fcl ₃	0.22	2.85	Fcl ₄	0.17	4.63	offl ₄	0.26	2.97
Fcl ₅	0.35	2.47	offl ₅	0.10	8.12	Fcl ₇	0.34	6.05
offl ₇	0.29	6.96	XX _{2R}	1.36	0.93	ZZ _{2R}	1.40	1.01
MY _{2R}	3.46	0.06	XX _{4R}	0.44	0.58	ZZ _{4R}	0.45	0.73
MY _{4R}	-1.37	0.08	MY _{5R}	0.04	1.89	MY _{6R}	0.03	3.23
XX ₈	0.09	2.65	YY ₈	0.07	3.85	YZ ₈	0.03	5.03
ZZ ₈	0.02	12.70	MY ₈	-0.22	0.55	MZ ₈	0.48	0.34
M ₈	3.34	0.09						

Валидация модели

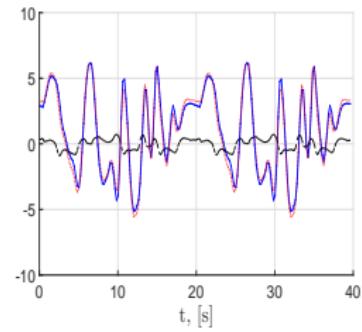
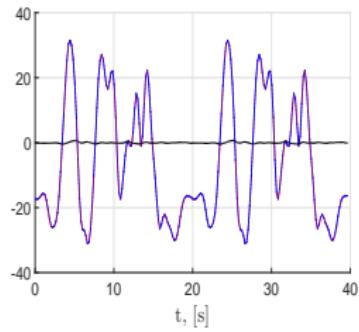
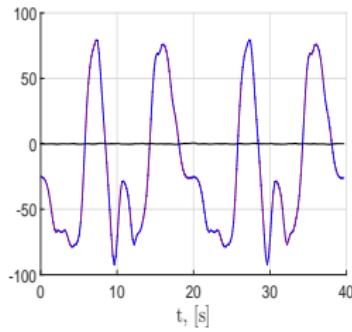


Рис.: Тест по моментам в сочленениях: измеренные (синий), вычисленные (красный), невязка (черный)

Спасибо за внимание!



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

E-mail: s.kolyubin@corp.ifmo.ru