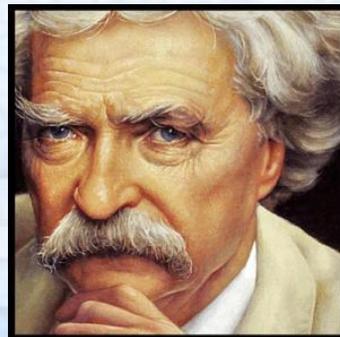


Идентификационный подход для синтеза адаптивных наблюдателей нелинейных систем

Бобцов Алексей Алексеевич
Университет ИТМО

План доклада

Жизнь по большому счету состоит не из фактов и случаев. Она состоит в основном из той бури мыслей, которая постоянно проносится в голове



О чем поговорим и поговорим ли?

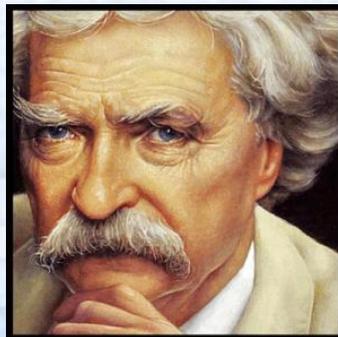
Я:

1. Нужна ли классическая теория управления или машинное обучение круче?
2. Зачем нам решать дифференциальные уравнения, если у нас такие мощные компьютеры?
3. Нейросети, нейросети, нейросети ...:
☺ или ☹ ?
4. Искусственный интеллект!!!!???
5. Идентификационный подход для синтеза адаптивных наблюдателей нелинейных систем
Уф! (для меня)

Вы ????

Интеллект и теория управления

*Не стоит расставаться со своими
иллюзиями.
С их уходом уходит жизнь.*



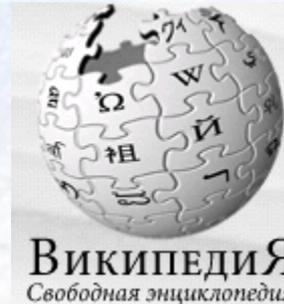
*Сейчас пойдут старые слайды образца
2010 года*

не обижайтесь

Интеллектуальное управление.

Что это?

Интеллект (от лат. *intellectus* — понимание, познание) — общие способности к познанию, пониманию и разрешению проблем. Понятие интеллект объединяет все познавательные способности индивида: ощущение, восприятие, память, представление, мышление, воображение.



Управление становится интеллектуальным потому, что на определенном уровне информационной сложности “управляемого” другое управление просто невозможно.

Теория управления — наука о принципах и методах управления различными системами, процессами и объектами.

Основами теории управления являются кибернетика и теория информации.

Примеры современных методов управления:

- Нелинейное управление
- Теория катастроф
- Адаптивное управление
- Построение оптимальных робастных регуляторов
- Игровые методы в управлении
- Интеллектуальное управление

Все обобщения ложны, в том числе
это.

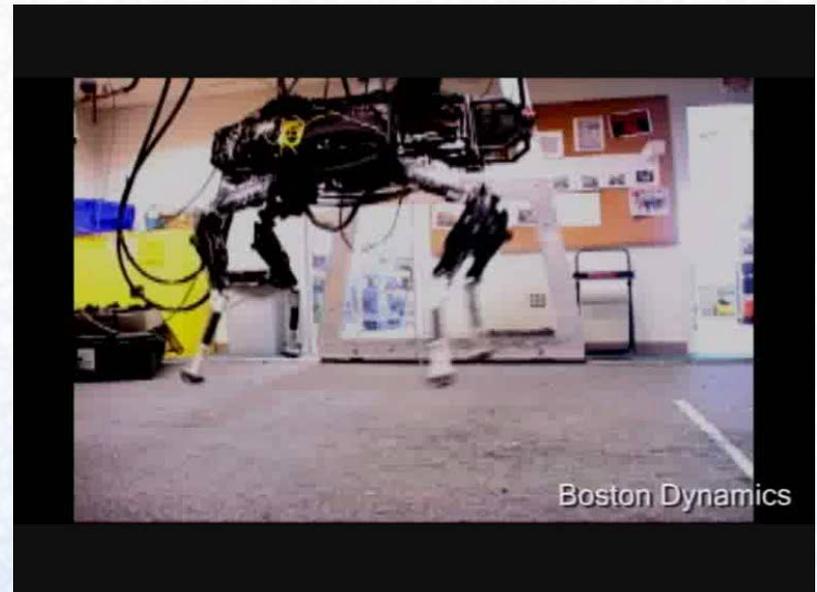
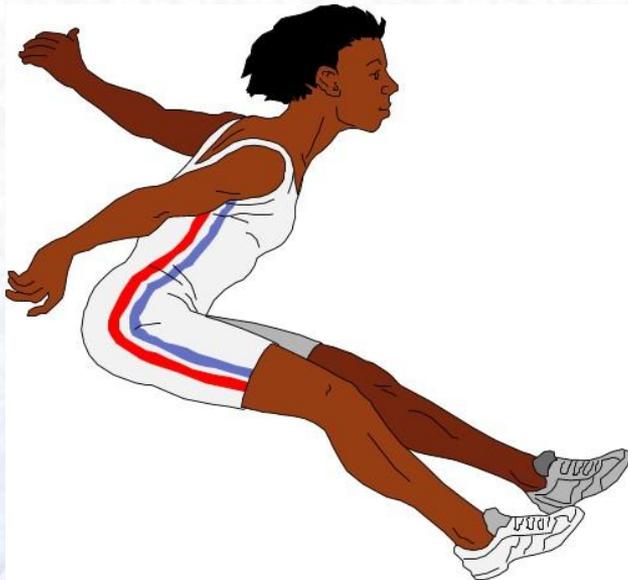
Бенджамин Дизраэли

Интеллектуальное управление стиркой

Наличие в стиральной машине встроенного микропроцессора, управляющего стиркой.

Одним поворотом ручки вы устанавливаете нужную программу, а все остальное берет на себя электроника, автоматически устанавливая параметры стирки. Программа определяет вес загруженного белья в зависимости от количества воды, поглощенного тканью.

Робот как прыгун совершает прыжок в длину



Робот как скалолаз преодолевает препятствие



Робот как слепой изучает дорогу



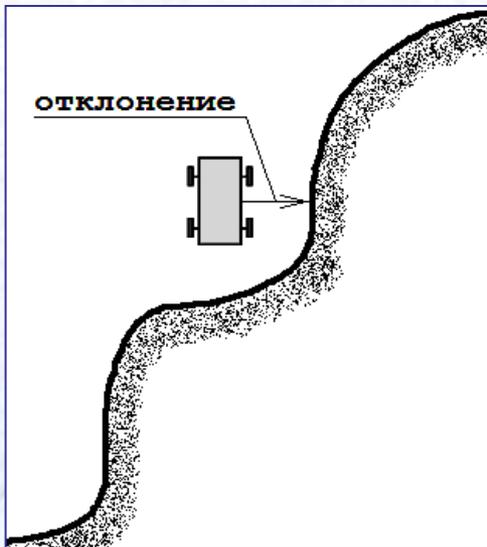
Слепой Пью использует трость



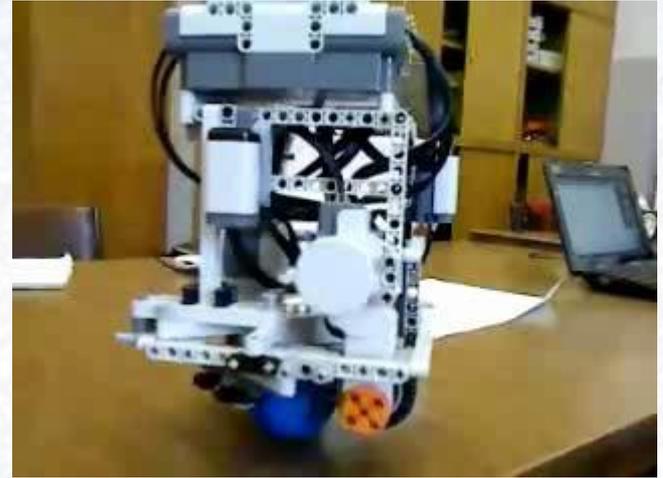
Автономный робот использует датчик

НО

Робот должен двигаться не только ТОЧНО, но и БЫСТРО!



Робот должен удерживать НЕУСТОЙЧИВОЕ положение равновесия!



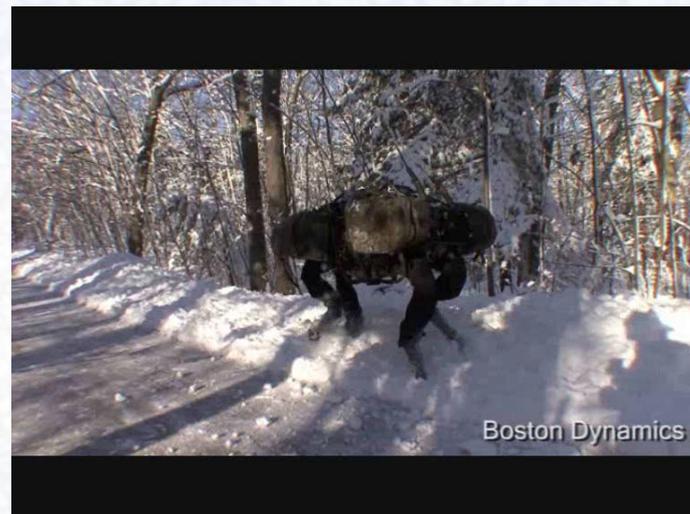
Системы управления должны быть УНИВЕРСАЛЬНЫМИ!



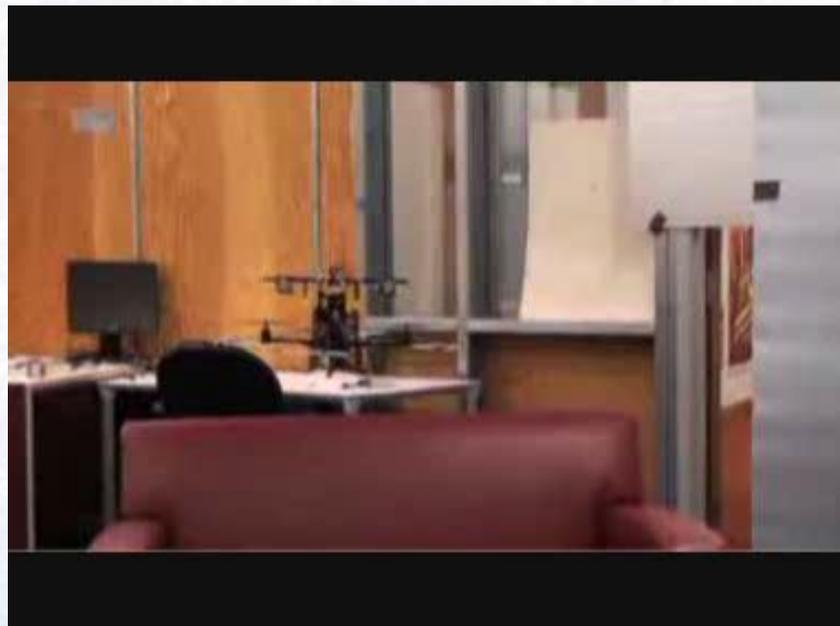
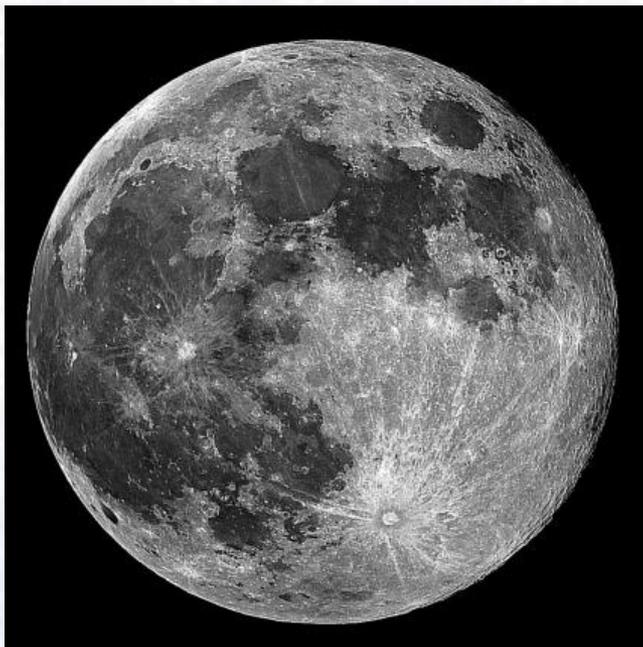
Системы управления должны быть **УНИВЕРСАЛЬНЫМИ!**



Системы управления должны быть АДАПТИВНЫМИ!



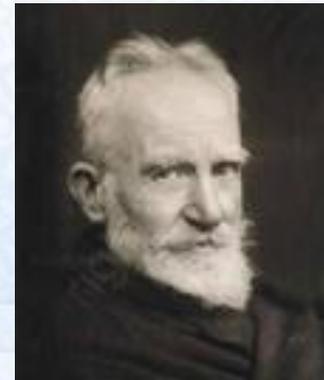
Системы управления должны обеспечивать **АВТОНОМНОСТЬ!**



Системы управления должны помочь человеку быть
СОЦИАЛЬНО АКТИВНЫМ!



«Люди только тогда сообщают нам
интересные сведения, когда мы им
противоречим»
Бернард Шоу



Мысли



Компьютер ЗЛО!

Компьютер
ДОБРО!

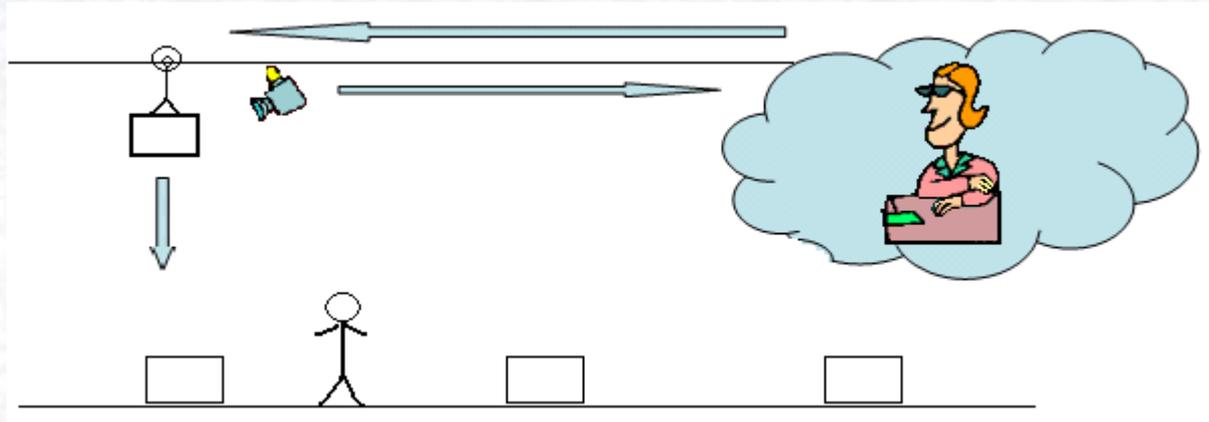


почему?!



Компьютер это ЗЛО!

Большие программы требуют длительной обработки и вызывают запаздывание!



Мощный компьютер невозможно использовать!

ОЙ! Я же автономный робот



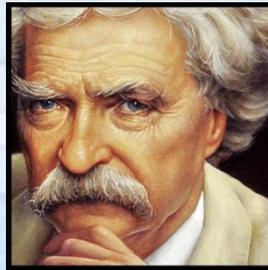
*Старые слайды образца 2010 года
закончились!*

Вопросы

От меня
?????

От вас
?????

*Образование, по большей части,
состоит из того, чему нас не учили*

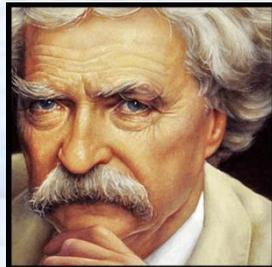


Вклад теории управления в промышленность

Опрос Международной федерацией по автоматическому управлению (IFAC) о вкладе различных областей теории управления в промышленность, 2015 год.

Область	Оценка экспертов, %
1. ПИД регуляторы	100%
2. Управление с прогнозирующими моделями	78%
3. Идентификация систем	61%
4. Анализ данных процесса	61%
5. Устройства оценивания	52%
6. Диагностика неисправностей	50%
7. Децентрализованное управление	48%
8. Интеллектуальное управление	35%
9. Событийно-ориентированное управление	23%

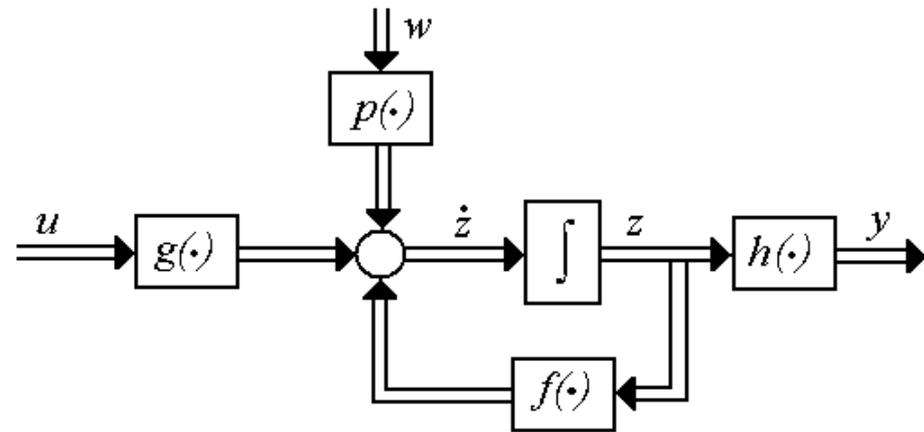
*Многие незначительные вещи
становились огромными, после того,
как их хорошенько отрекламировали*



Типовая математическая модель объекта управления

Рассмотрим математическую модель объекта управления

$$\begin{cases} \dot{z} = f(z) + g(z, u) + p(z)w(t), \\ y = h(z), \end{cases}$$



z – вектор переменных состояния; u – сигнал управления; y – выходная переменная; $w(t)$ – неизвестное возмущение; f , g , h , p – нелинейные функции



ВОЗМУЩАЮЩИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

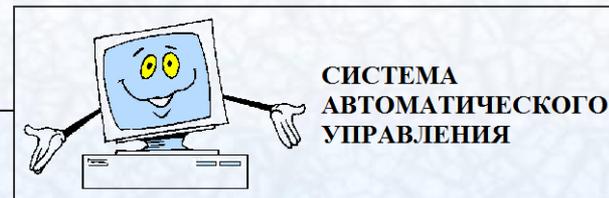
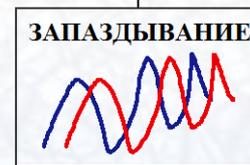
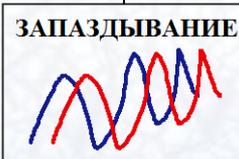
$$u(t - h_c)$$

УПРАВЛЯЮЩИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ



РЕГУЛИРУЕМЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ

$$y(t)$$

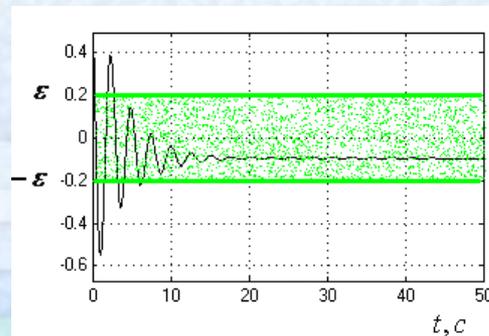


$$u(t) = \Psi\{y(t - h_m)\}$$

$$y(t - h_m)$$

Цель управления

$$|y(t) - y^*(t)| < \varepsilon$$

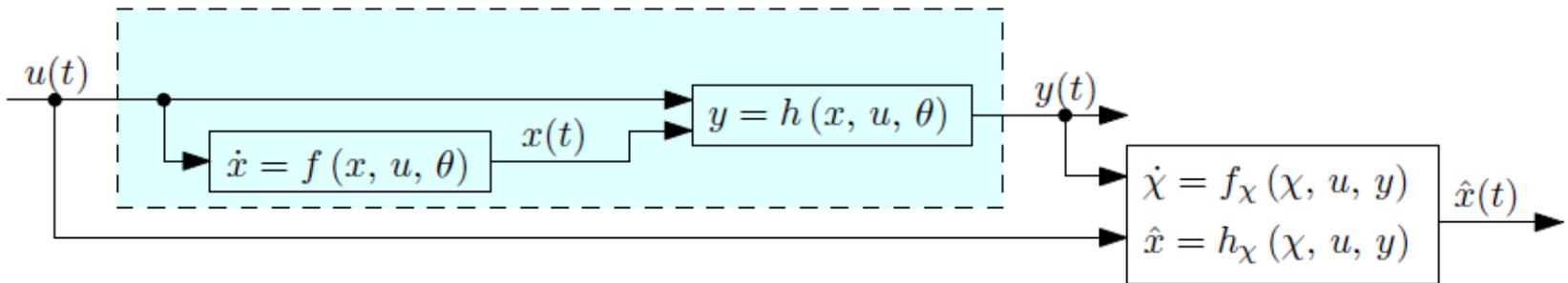


«Ты навсегда в ответе за тех, кого
приручил»

Антуан де Сент-Экзюпери



Постановка задачи



Допущение 1:

Д1) Преобразования f и h гладкие.

Д2) Начальные условия $x(0)$ и входные воздействия $u(t)$ такие, что траектории системы определены для всех $t > 0$ и ограничены.

Задача:

Найти такие преобразования f_{χ} и h_{χ} , что наблюдатель вида

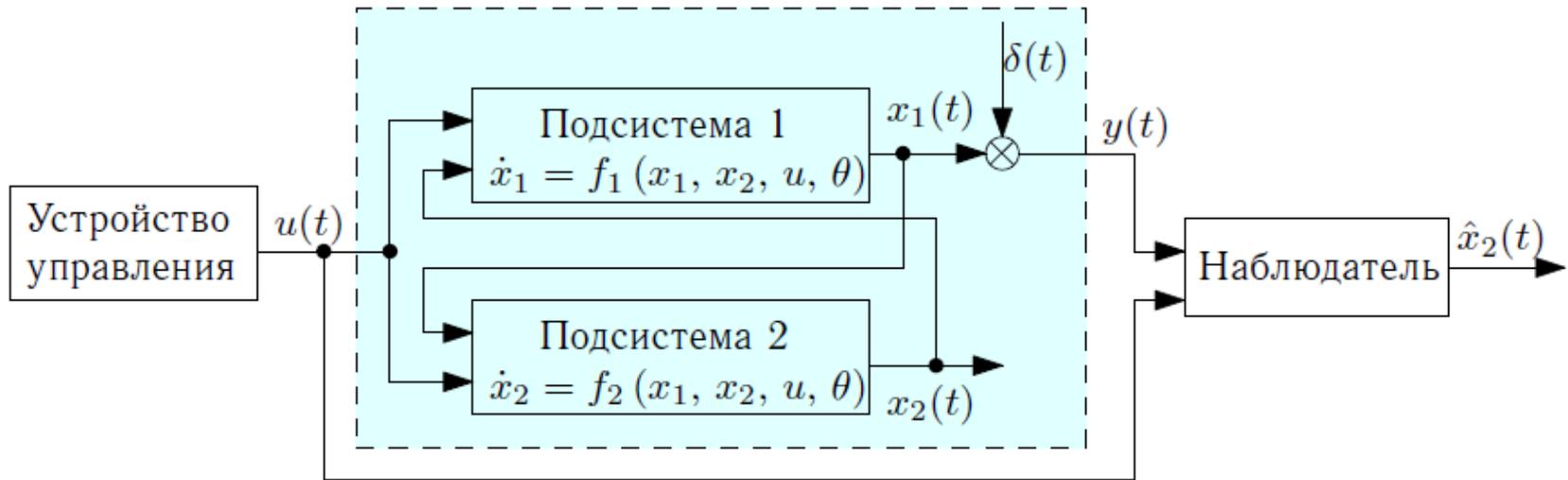
$$\dot{\chi}(t) = f_{\chi}(\chi(t), u(t), y(t)),$$

$$\hat{x}(t) = h_{\chi}(\chi(t), u(t), y(t)),$$

обеспечивает

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{x}(t) - x(t)| = 0.$$

Рассматриваемая система



Декомпозиция исходной системы:

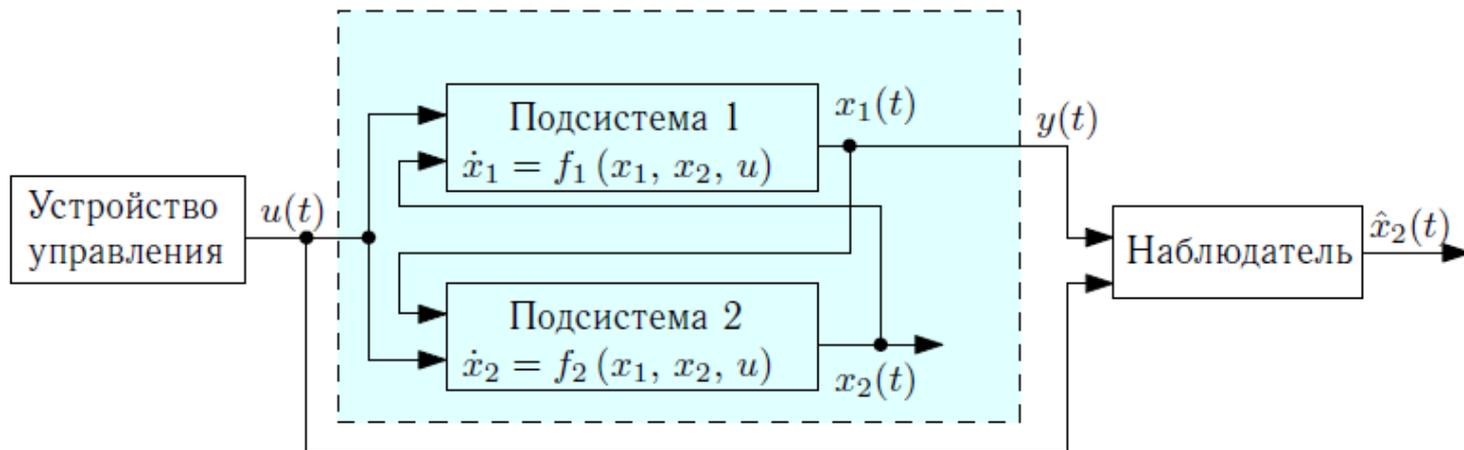
$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), u(t), \theta), \quad (1)$$

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t), u(t), \theta), \quad (2)$$

$$y(t) = x_1(t) + \delta(t) \quad (3)$$

где $x_1 \in \mathbb{R}^{n_{x1}}$, $x_2 \in \mathbb{R}^{n_{x2}}$, $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^\top$, $\delta(t)$ – возмущение, а $\theta \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ – вектор неизвестных постоянных параметров.

Задача



Допущение 2:

Существуют преобразования ϕ , ϕ^L и h_z такие, что $\forall x_1 \in \mathbb{R}^{n_{x_1}}$, $\forall x_2 \in \mathbb{R}^{n_{x_2}}$ выполняется

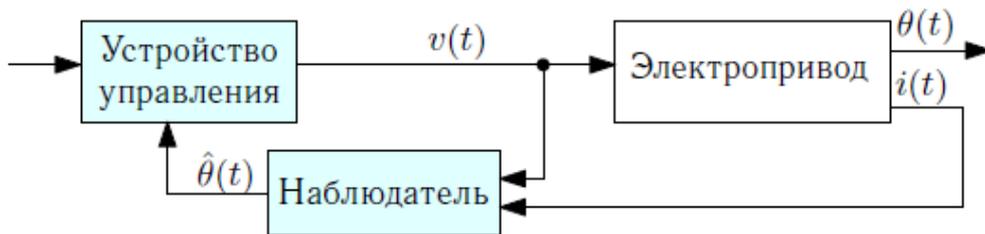
$$\phi^L(\phi(x_1, x_2), x_1) = x_2,$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_1} f_1(x_1, x_2, u) + \frac{\partial \phi}{\partial x_2} f_2(x_1, x_2, u) = h(x_1, u).$$

Тогда можно искусственно ввести вектор постоянных неизвестных параметров θ_0 и свести задачу оценивания x_2 к задаче оценивания θ_0 .

Некоторые прикладные задачи

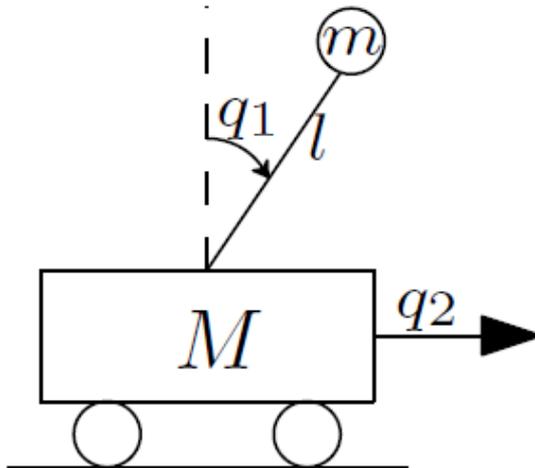
- Оценивание положения ротора в электроприводе



Измеряются: токи и напряжения

Оцениваются: положение и скорость ротора

- Оценивание скорости (обобщённого импульса) в механических системах

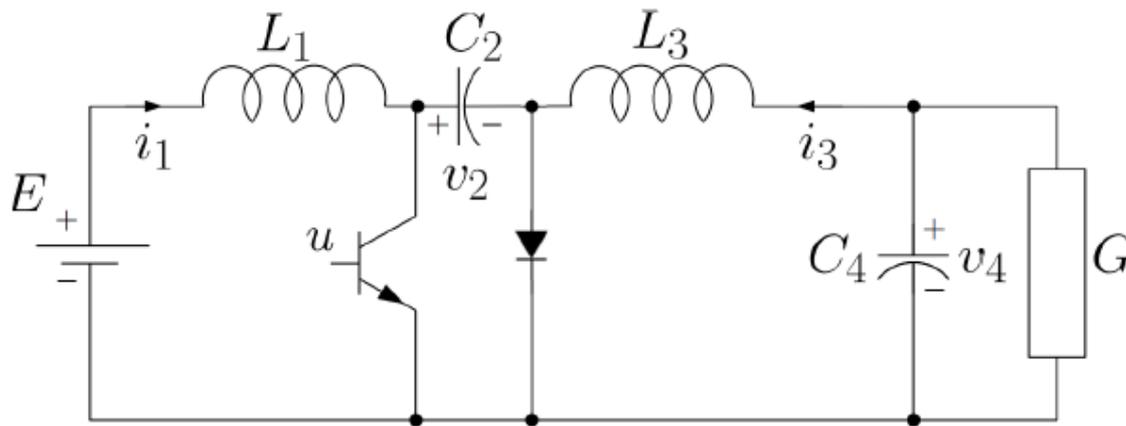


Измеряются: обобщённые координаты $q(t)$

Оцениваются: скорости $\dot{q}(t)$ или обобщённые импульсы

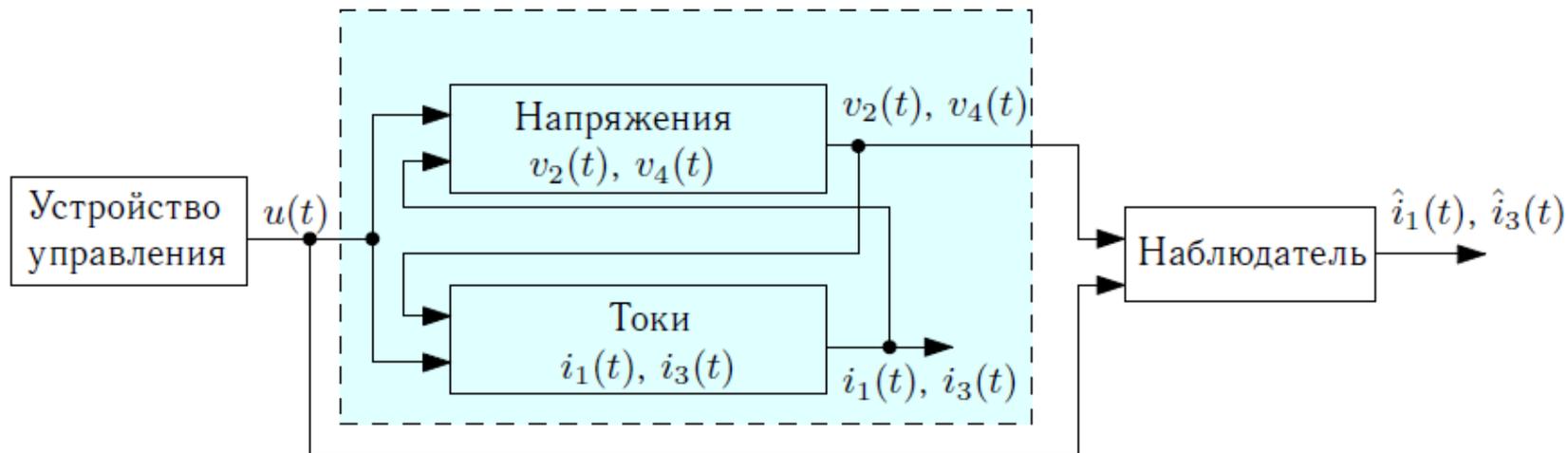
Некоторые прикладные задачи (продолжение)

- Оценивание электрических сигналов в преобразователях тока



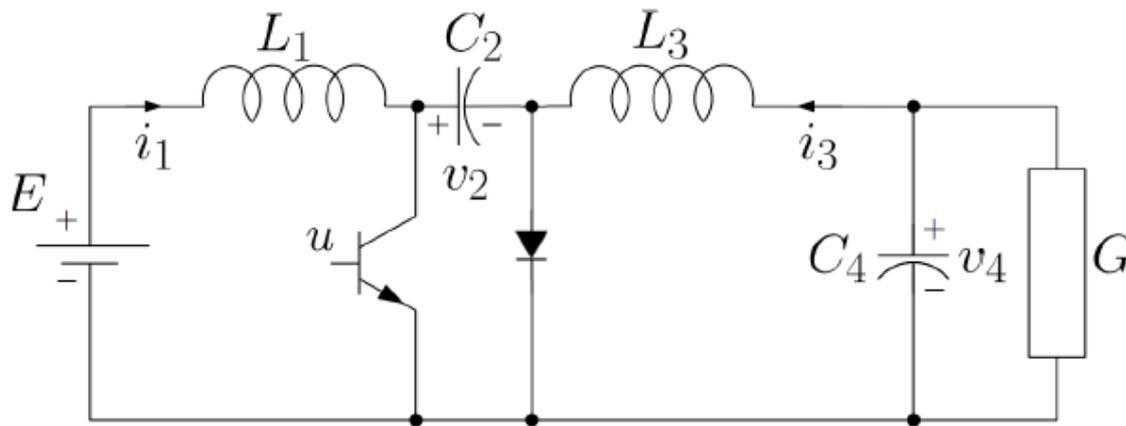
Преобразователь Чука

Измеряются: сигналы $u(t)$, $v_2(t)$, $v_4(t)$
Требуется оценить: сигналы $i_1(t)$ и $i_3(t)$



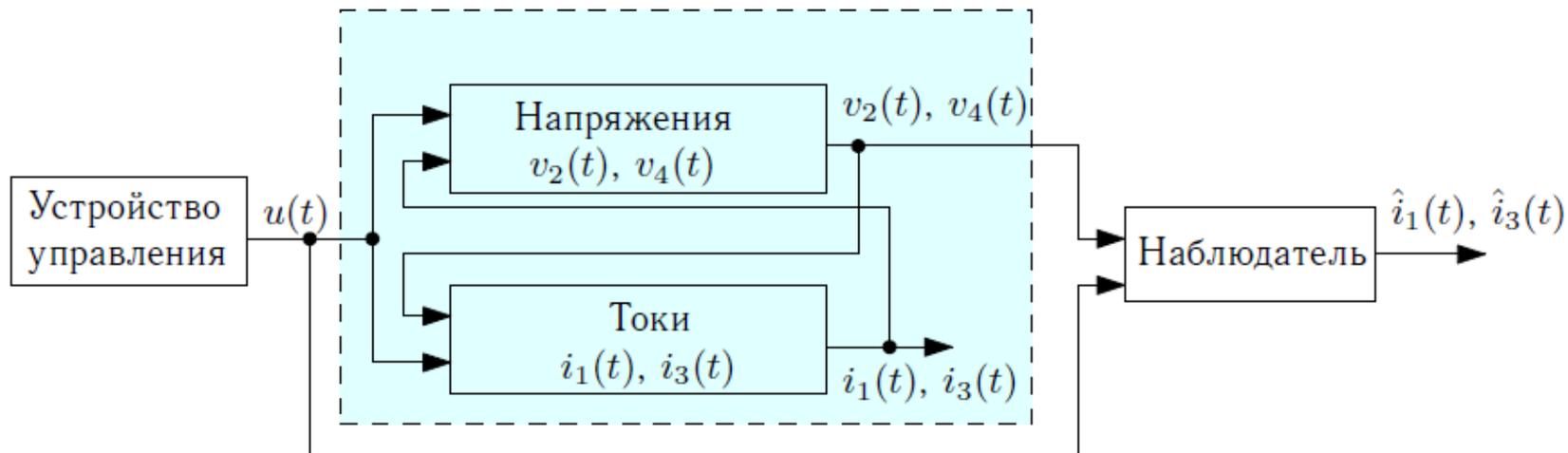
Некоторые прикладные задачи (продолжение)

- Оценивание электрических сигналов в преобразователях тока



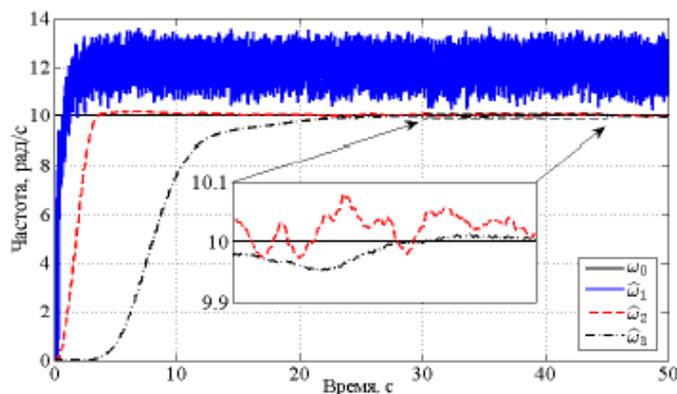
Преобразователь Чука

Измеряются: сигналы $u(t)$, $v_2(t)$, $v_4(t)$
Требуется оценить: сигналы $i_1(t)$ и $i_3(t)$

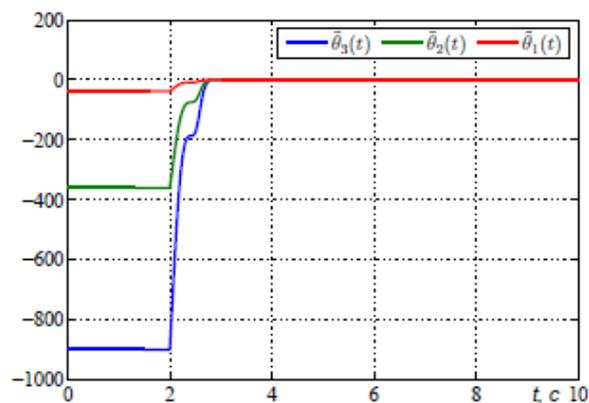
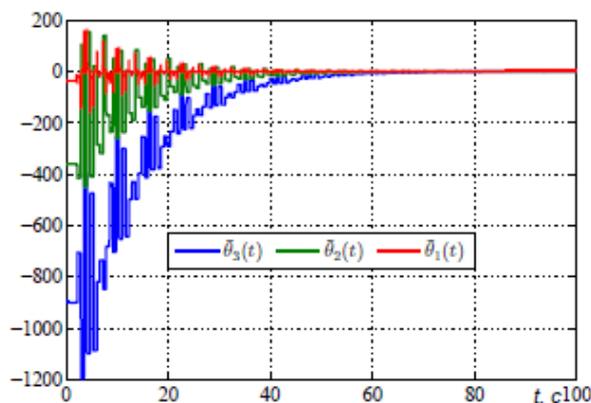


Дополнительные вызовы

1 Точность оценивания

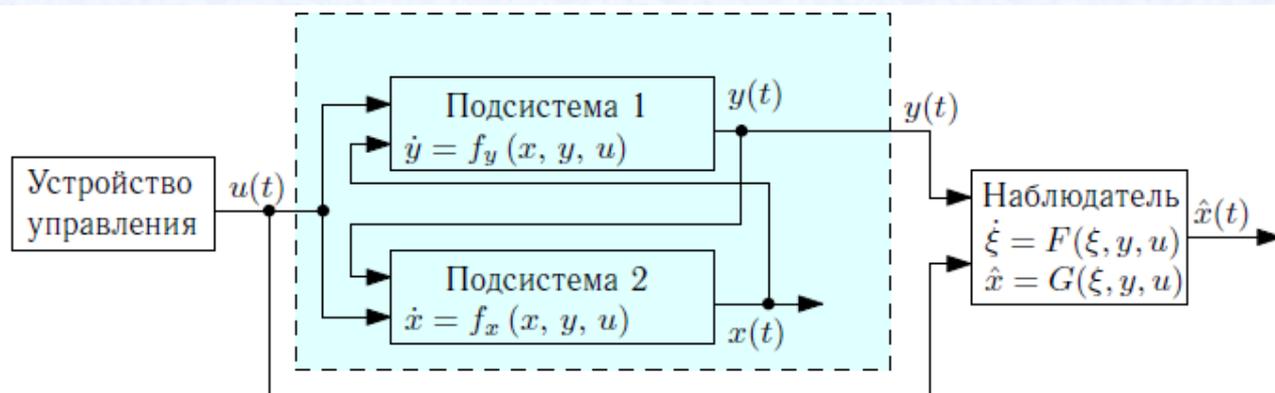


2 Качество переходных процессов



3 Расширение класса входных воздействий, для которого обеспечивается асимптотическая сходимость оценок.

Синтез наблюдателя



Система:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f_x(x, y, u), \\ \dot{y} &= f_y(x, y, u),\end{aligned}$$

Задача: сформировать наблюдатель

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= F(\xi, y, u), \\ \hat{x} &= G(\xi, y, u),\end{aligned}$$

обеспечивающий для всех начальных условий $(x(0), y(0), \xi(0))$ и некоторого класса входных воздействий $u \in \mathcal{U}$ выполнение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{x}(t) - x(t)| = 0.$$

Частичная замена координат

Пусть существуют следующие три преобразования:

$$\phi : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$$

$$\phi^L : \mathbb{R}^{n_z} \times \mathbb{R}^{n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$$

$$h : \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{n_z},$$

где $n_z \geq n_x$, такие, что:

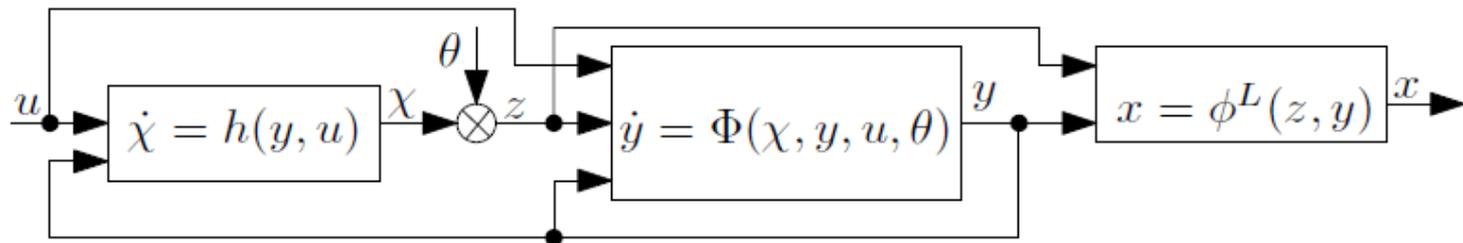
(1) (Приводимость к каскадной форме)

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} f_x(x, y, u) + \frac{\partial \phi}{\partial y} f_y(x, y, u) = h(y, u).$$

(2) (Обратимость $\phi(\cdot, \cdot)$ относительно первого аргумента)

$$\phi^L(\phi(x, y), y) = x, \quad \forall x \in \mathbb{R}^{n_z}, \quad \forall y \in \mathbb{R}^{n_y}.$$

Введение вектора неизвестных параметров



Обозначим $z = \phi(x, y)$, введём дополнительную динамику

$$\dot{\chi} = h(y, u)$$

и выберем вектор неизвестных параметров

$$\theta = \phi(x(0), y(0)) - \chi(0).$$

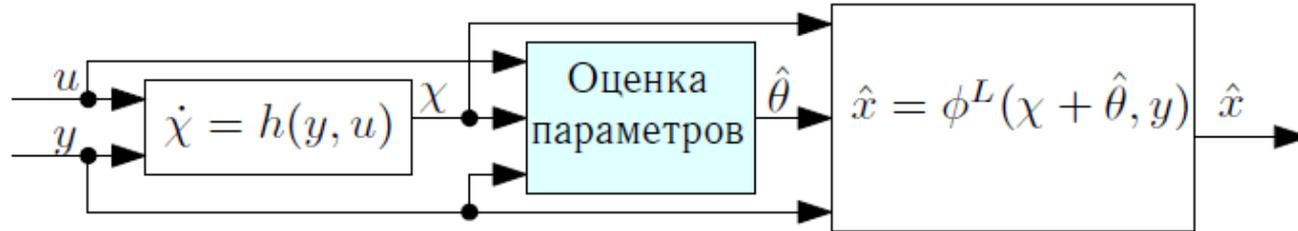
Тогда $z(t) = \chi(t) + \theta$ и выполняется

$$\dot{y} = f_y(\phi^L(\chi + \theta, y), y, u) = \Phi(\chi, y, u, \theta)$$

$$x = \phi^L(\chi + \theta, y).$$

Оценка $\hat{x}(t)$ может быть сформирована как $\hat{x} = \phi^L(\chi + \hat{\theta}, y)$.

Формирование оценки



Допущение

Пусть для системы $\dot{y} = \Phi(\chi, y, u, \theta)$ устройство оценки параметра θ

$$\dot{\zeta} = H(\chi, \zeta, y, u)$$

$$\hat{\theta} = N(\chi, \zeta, y, u)$$

обеспечивает $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}(t) - \theta| = 0$ для некоторого класса входных воздействий $u \in \mathcal{U}$.

Тогда адаптивный наблюдатель

$$\begin{cases} \dot{\chi} = h(y, u), \\ \dot{\zeta} = H(\chi, \zeta, y, u), \\ \hat{x} = \phi^L(\chi + N(\chi, \zeta, y, u), y) \end{cases}$$

обеспечивает $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{x}(t) - x(t)| = 0$.

Линейная параметризация

Линейная параметризация

$$\dot{y} = \Phi_0(\chi, y, u) + \Phi_1(\chi, y, u)\theta.$$

Формирование оценки $\hat{\theta}$

Обозначим

$$\vartheta(t) = \frac{\alpha p}{p + \alpha} y(t) - \frac{\alpha}{p + \alpha} \Phi_0(t), \quad \bar{\Phi}_1(t) = \frac{\alpha}{p + \alpha} \Phi_1(t),$$

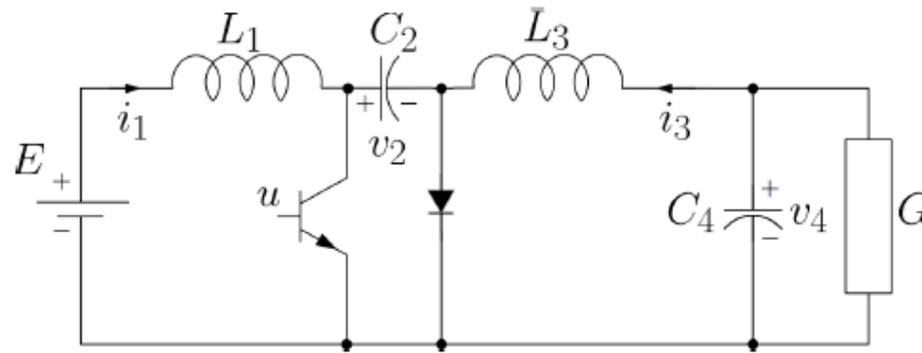
где $\alpha > 0$. Тогда градиентный алгоритм адаптации

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \bar{\Phi}_1^\top (\vartheta - \bar{\Phi}_1 \hat{\theta}),$$

где $\Gamma > 0$, обеспечивает $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}(t) - \theta| = 0$ если для входного сигнала $u \in \mathcal{U}$ выполняется условие неисчезающего возбуждения, то есть существуют $\delta > 0$ и $T > 0$, такие, что

$$\int_t^{t+T} \Phi_1^\top(\chi(s), y(s), u(s)) \Phi_1(\chi(s), y(s), u(s)) ds \geq \delta I_{n_z}.$$

Примеры



Усреднённая модель работы преобразователя описывается следующими выражениями

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = -(1 - u)v_2 + E,$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = (1 - u)i_1 + ui_3,$$

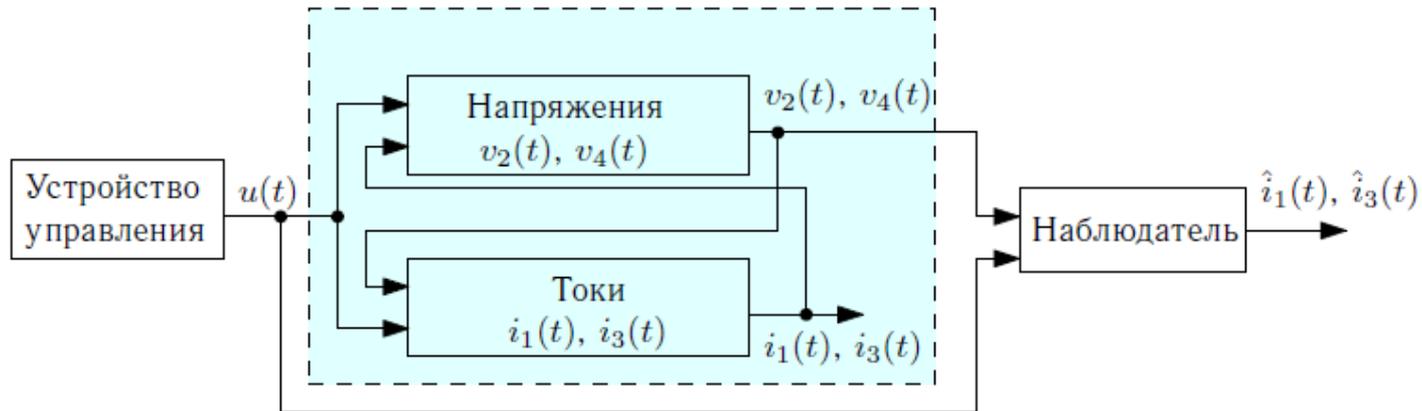
$$L_3 \frac{di_3}{dt} = -uv_2 - v_4,$$

$$C_4 \frac{dv_4}{dt} = i_3 - Gv_4,$$

где L_1, C_2, L_3, C_4, E и G – положительные константы, а $u \in (0, 1)$ – управляющий сигнал, имеющий смысл величины скважности.

Задача: измеряются v_2, v_4 . Требуется сформировать оценку i_1, i_3 .

Примеры (продолжение)



Обозначим $y := \text{col}\{v_2, v_4\}$ и $x := \text{col}\{i_1, i_3\}$. Тогда

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{L_1}(1-u)y_1 + \frac{E}{L_1}, \quad \dot{x}_2 = -\frac{1}{L_3}uy_1 - \frac{1}{L_3}y_2.$$

Выберем $\phi(x, y) = x$, дополнительную динамику $\dot{\chi} = h(y, u)$ и неизвестные параметры $\theta = x(0) - \chi(0)$. Тогда

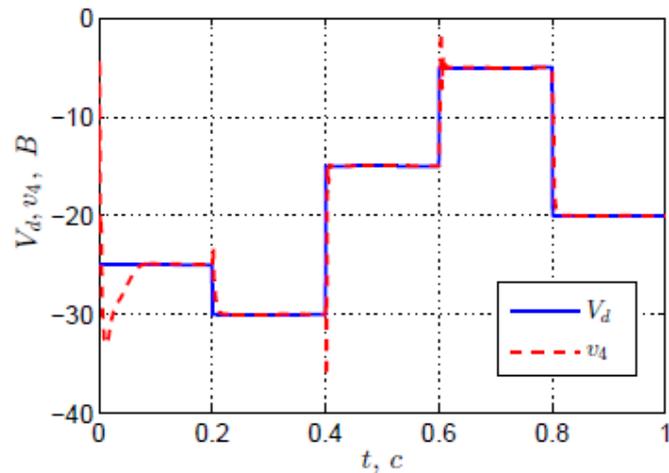
$$\dot{y} = \Phi_0(\chi, y, u) + \Phi_1(u)\theta$$

где

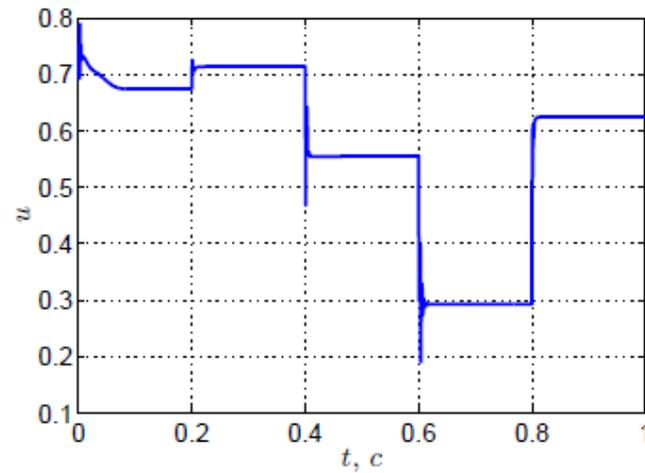
$$\Phi_1(u) = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_2}(1-u) & \frac{1}{C_2}u \\ 0 & \frac{1}{C_4} \end{bmatrix},$$

и $\mathcal{U} = \{u : \mathbb{R}_+ \rightarrow (0, 1)\}$.

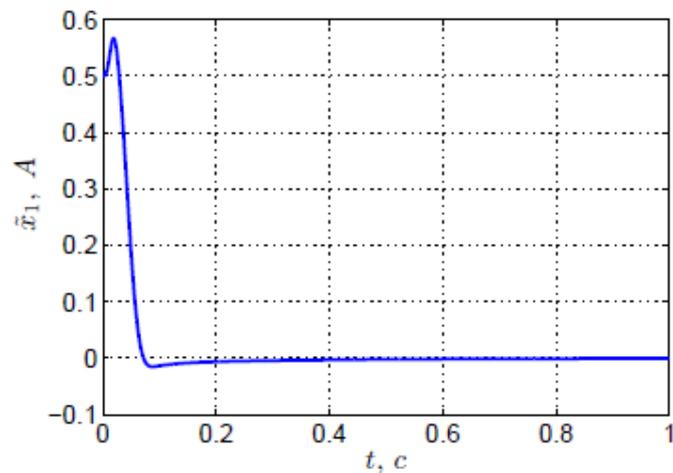
Примеры (продолжение)



Задание и выходной сигнал

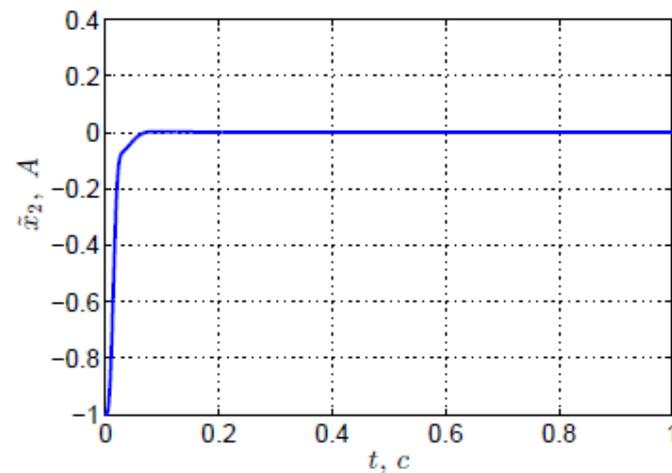


Сигнал управления



Ошибка оценивания

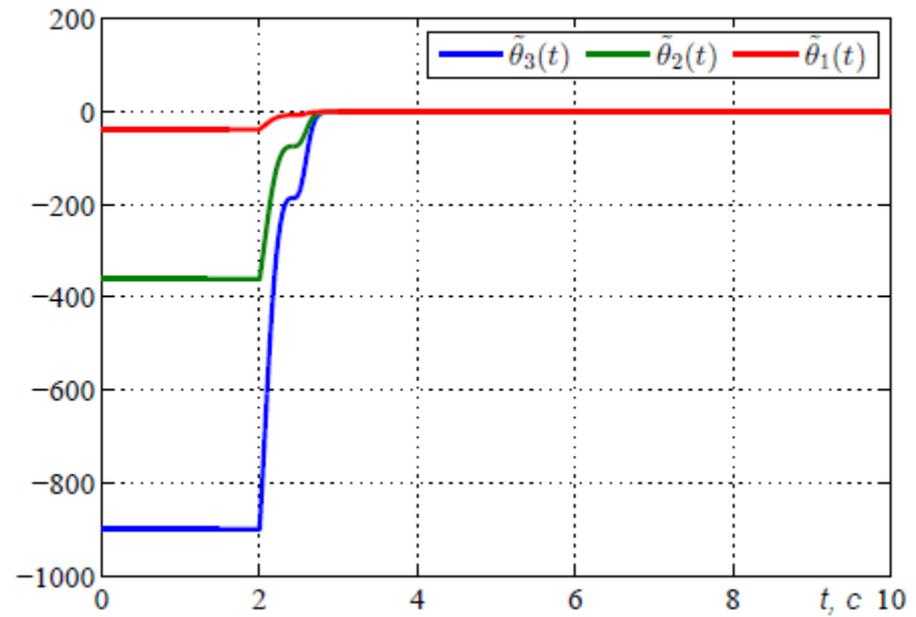
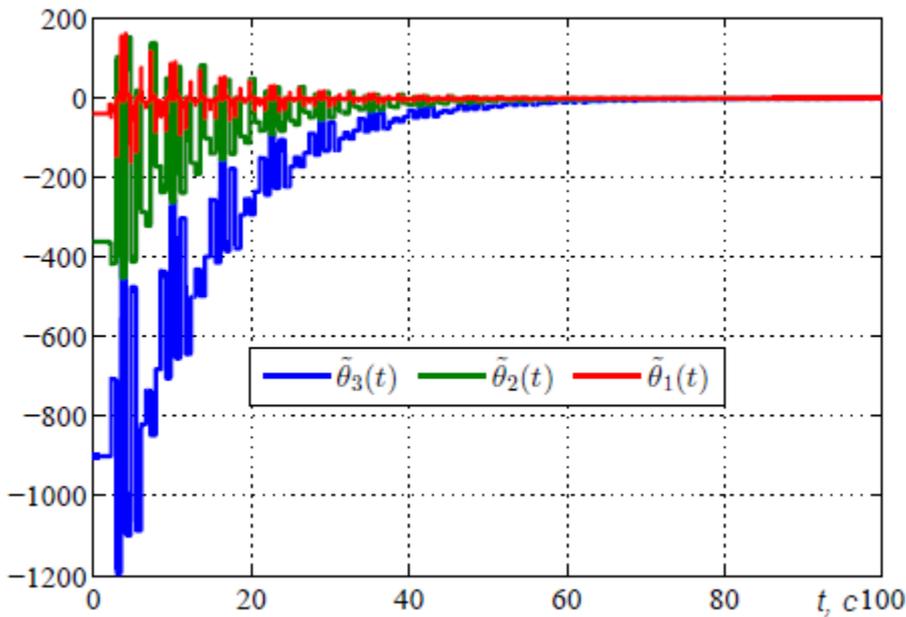
$$\tilde{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1$$



Ошибка оценивания

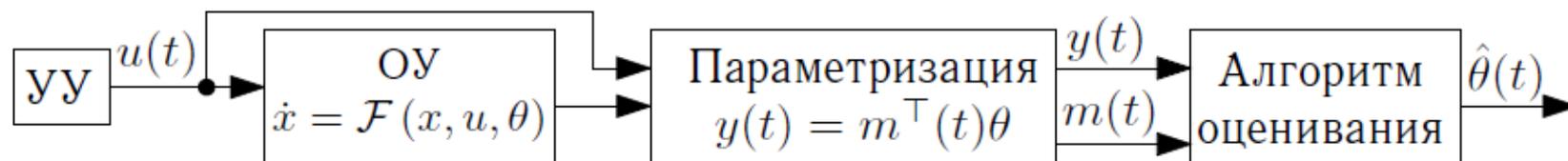
$$\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 - x_2$$

Метод динамического расширения регрессора (он же DREM он же ДРР)



Быстрее, выше, сильнее!!!
(не помню кто сказал)

Оценивание параметров линейной регрессии



Линейная регрессия:

$$y(t) = m^{\top}(t)\theta.$$

Стандартный градиентный алгоритм

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = Km(t)(y(t) - m^{\top}(t)\hat{\theta}(t)),$$

где $K > 0$, приводит к динамике ошибки

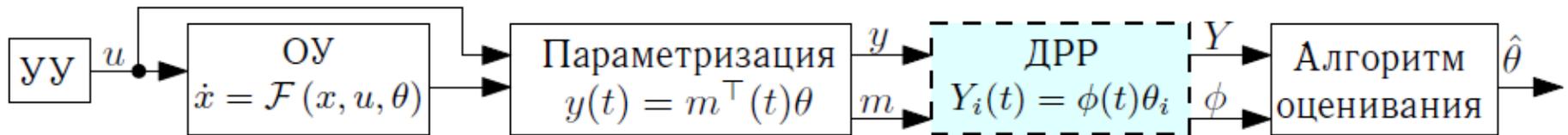
$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = -Km(t)m^{\top}(t)\tilde{\theta}(t),$$

Тогда система является глобально экспоненциально устойчивой если m удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения ($m \in PE$):

$$\int_t^{t+T} m(s)m^{\top}(s)ds \geq \delta I,$$

для некоторых $T, \delta > 0$ и для всех $t \geq 0$.

Метод динамического расширения регрессора. Оценивание параметров линейной регрессии



Линейная регрессия:

$$y(t) = m^T(t)\theta.$$

Метод динамического расширения регрессора (ДРР)

- Позволяет преобразовать исходную векторную модель в набор скалярных уравнений
- Устанавливает новые достаточные условия сходимости, отличающиеся от $m \in PE$
- Позволяет получить монотонные переходные процессы по каждой переменной $\hat{\theta}_i(t)$

DREM (продолжение)

Линейная регрессия:

$$y(t) = m^\top(t)\theta.$$

ДРР:

Шаг 1 Выберем $n_\theta - 1$ линейных операторов

$H_i : \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty$, $i \in \{1, 2, \dots, n_\theta - 1\}$. Выходы этих операторов могут быть представлены в форме

$$(\cdot)_{f_i}(t) = [H_i(\cdot)](t) + \epsilon_t,$$

где ϵ_t – обобщенный экспоненциально затухающий член.



Примеры:

▶ линейный фильтр:

$$H_i(s) = \frac{\alpha_i}{s + \beta_i}$$

▶ оператор задержки:

$$[H_i(\cdot)](t) := (\cdot)(t - d_i)$$

DREM (продолжение)

Линейная регрессия:

$$y(t) = m^T(t)\theta$$

ДРР:

Шаг 2 Применим введённые операторы к исходной модели и получим $n_\theta - 1$ дополнительных равенств

$$y_{f_i} = m_{f_i}^T \theta.$$

Запишем расширенную систему вида

$$Y_e(t) = M_e(t)\theta,$$

где

$$Y_e = \begin{bmatrix} y \\ y_{f_1} \\ \vdots \\ y_{f_{n_\theta-1}} \end{bmatrix}, \quad M_e = \begin{bmatrix} m^T \\ m_{f_1}^T \\ \vdots \\ m_{f_{n_\theta-1}}^T \end{bmatrix}.$$

DREM (продолжение)

Линейная регрессия:

$$y(t) = m^T(t)\theta$$

Расширенная система:

$$Y_e(t) = M_e(t)\theta$$

ДРР:

Шаг 3 Домножим слева на союзную матрицу $\text{adj}\{M_e(t)\}$, получим n_θ скалярных регрессионных моделей вида

$$Y_i(t) = \phi(t)\theta_i, \quad i \in \{1, 2, \dots, n_\theta\},$$

где определитель матрицы M_e обозначен как $\phi(t) = \det\{M_e(t)\}$ и $Y(t) = \text{adj}\{M_e(t)\}Y_e(t)$. Применяя алгоритм оценивания

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_i \phi(Y_i - \phi\hat{\theta}_i),$$

где $\gamma_i > 0$, получим $\dot{\tilde{\theta}}_i = -\gamma_i \phi^2 \tilde{\theta}_i$. Следовательно,

$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}_i(t) = 0 \text{ тогда и только тогда, когда } \phi(t) \notin \mathcal{L}_2.$
--

Полученный результат

Линейная регрессия:

$$y(t) = m^T(t)\theta$$

ДРР:

- 1 Выберем $n_\theta - 1$ линейных операторов $H_i : \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty$.
- 2 Применим введённые операторы к исходной модели и получим $n_\theta - 1$ дополнительных равенств $y_{f_i} = m_{f_i}^T \theta$. Запишем расширенную систему вида $Y_e(t) = M_e(t)\theta$.
- 3 Домножим матричное уравнение расширенной системы на $\text{adj}\{M_e(t)\}$ слева и получим n_θ скалярных уравнений вида $Y_i(t) = \phi(t)\theta_i$, где $\phi(t) = \det\{M_e(t)\}$.
- 4 Применим алгоритм $\dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_i \phi(\bar{y}_i - \phi \hat{\theta}_i)$.

Утверждение

- $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}_i(t) = 0$ тогда и только тогда, когда $\phi(t) \notin \mathcal{L}_2$.
- Если $\phi(t) \in PE$, то $\tilde{\theta}_i(t) \rightarrow 0$ экспоненциально быстро.
- Переходные процессы $|\tilde{\theta}_i(t)|$ монотонно убывающие (пренебрегая ϵ_t).

Сравнение условий сходимости и монотонность

Исходное условие сходимости: $m(t) \in PE$.

Новое условие сходимости: $\phi(t) \notin \mathcal{L}_2$, где

$$\phi(t) = \det \left\{ \begin{bmatrix} m^\top \\ m_{f_1}^\top \\ \vdots \\ m_{f_{q-1}}^\top \end{bmatrix} \right\}.$$

Существуют примеры $m(t)$ и H_i иллюстрирующие, что исходное и новое условия существенно различаются.

Таким образом, процедура динамического расширения регрессора определяет новые достаточные условия сходимости оценок.

Замечание

Можно показать, что, пренебрегая ϵ_t , переходные процессы по отдельным компонентам $\tilde{\theta}_i$ монотонны, и для $t > t_0$ справедливо

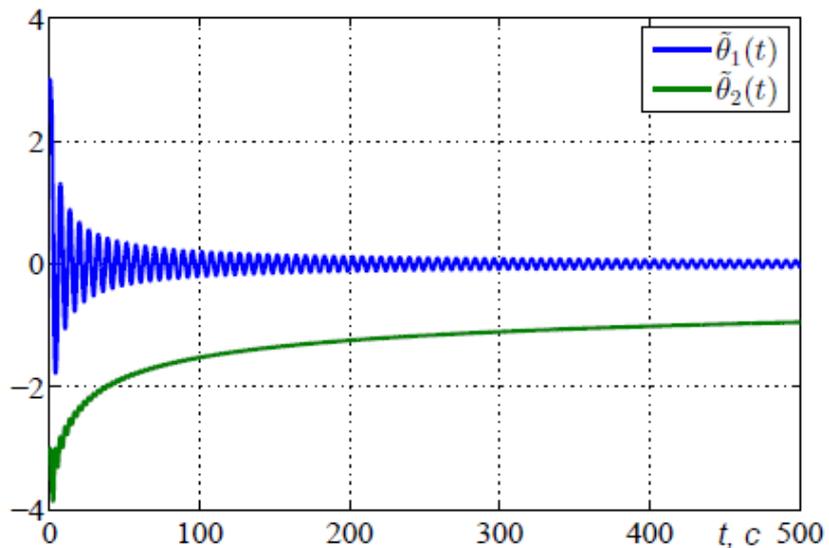
$$|\tilde{\theta}_i(t)| \leq |\tilde{\theta}_i(t_0)|.$$

Иллюстративный пример

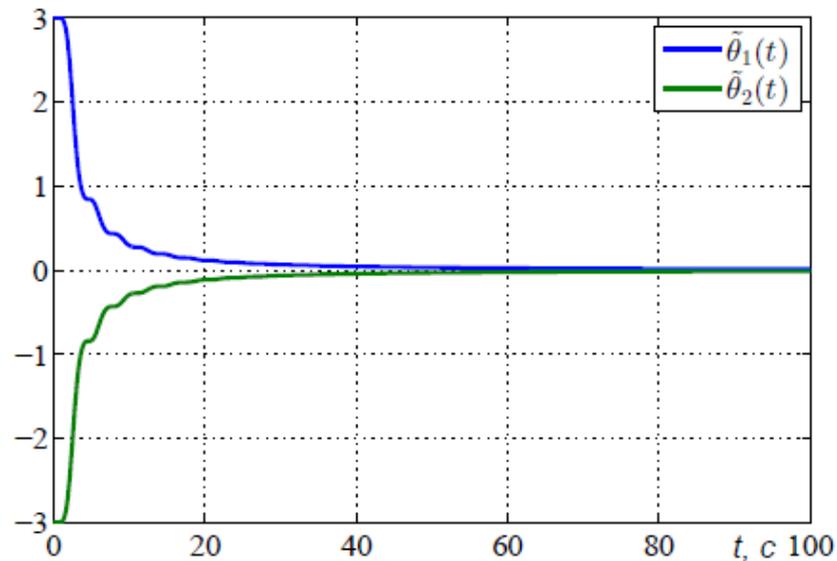
Выберем

$$m(t) = \begin{bmatrix} \frac{\sin t + \cos t}{(1+t)^{\frac{1}{2}}} & \frac{1}{2(1+t)^{\frac{3}{2}}} \end{bmatrix} \text{ и } [H(\cdot)](t) = \left[\frac{1}{p+1}(\cdot) \right](t),$$

тогда $m(t) \notin \text{PE}$, однако при этом $\phi(t) \notin \mathcal{L}_2$.

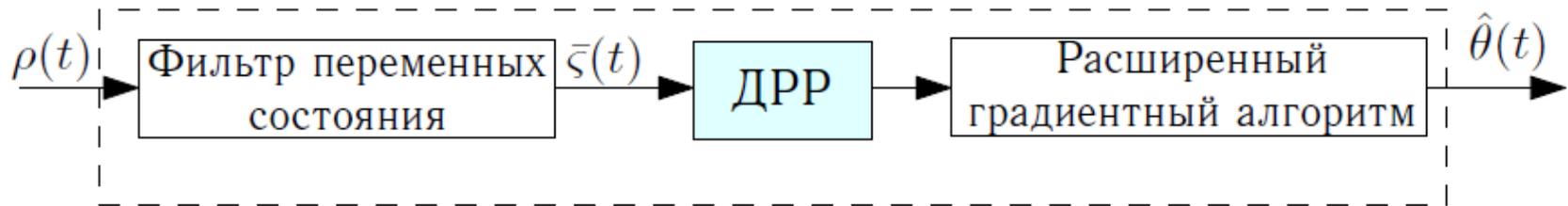


Градиентный алгоритм, $K = 3I_2$



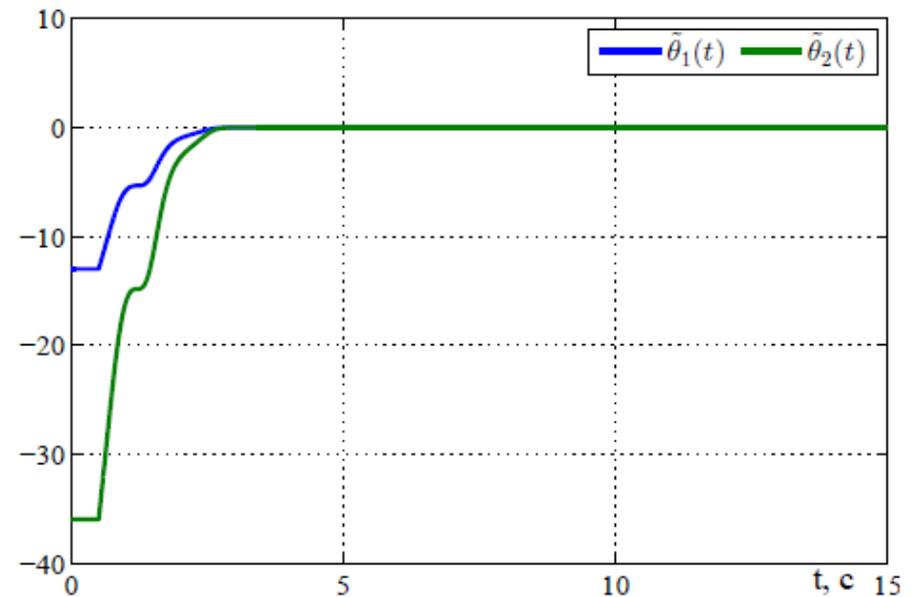
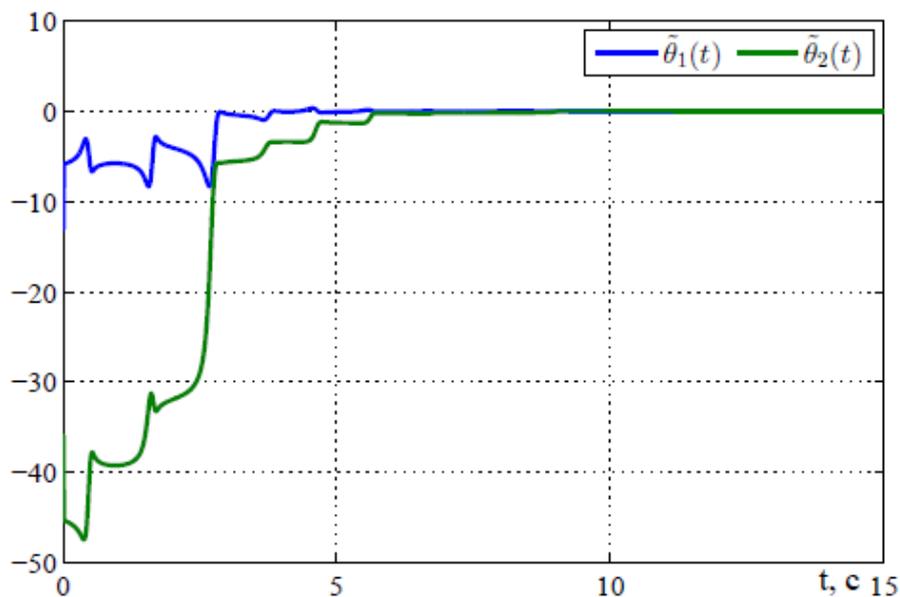
Алгоритм с ДРР, $\gamma_{1,2} = 3$

Иллюстративный пример



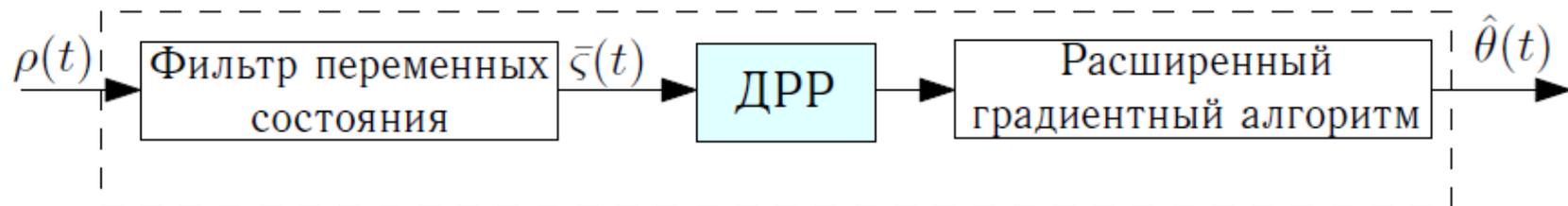
Задача: оценка параметров сигнала

$$\rho(t) = 1.2 \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$$



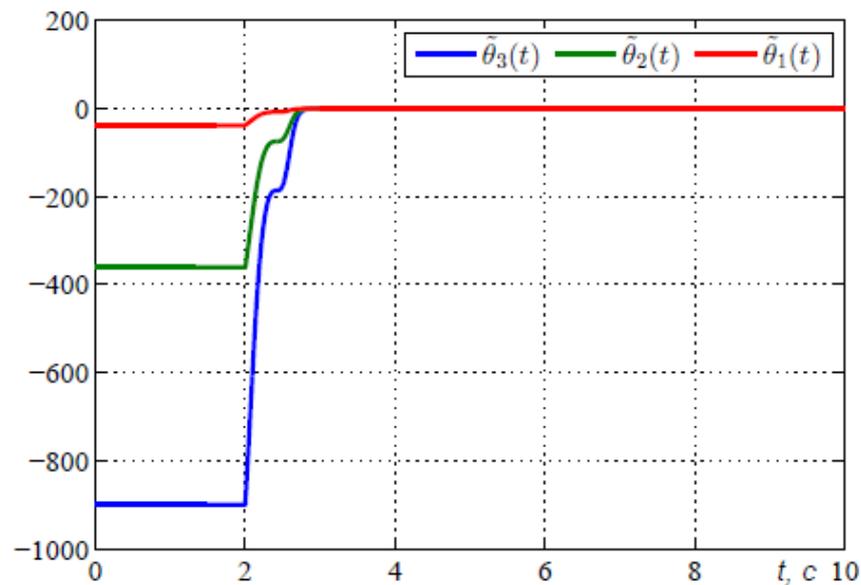
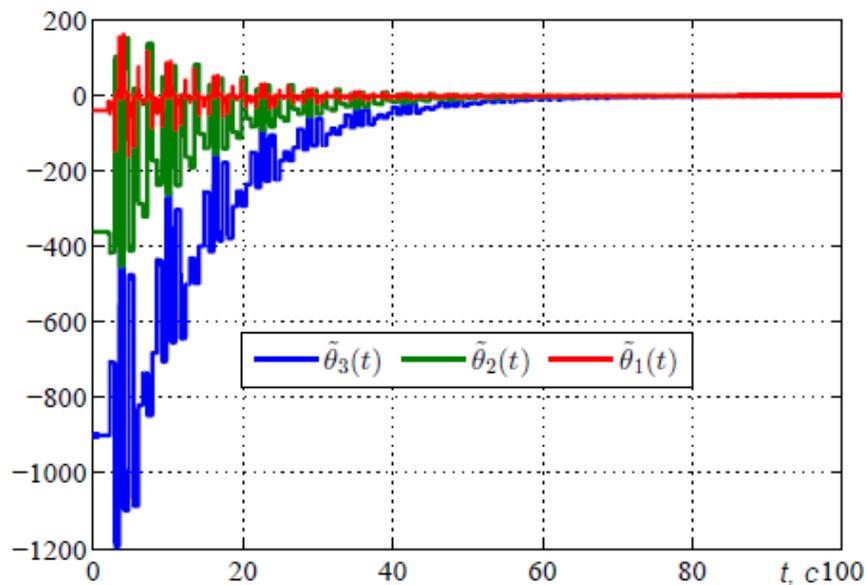
Алгоритм с ДРР

Иллюстративный пример (продолжение)



Задача: оценка параметров сигнала

$$\rho(t) = 1.2 \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right) + \sin(5t)$$



Алгоритм с ДРР

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!
ВСЁ!!!

*Мне просто повезло, что я мог
ответить быстро и точно, и я сделал
это. Я сказал, что не знаю.*

