Анализ и компенсация геометрических искажений, возникающих при наблюдении объектов под водой

Иван Коноваленко

ИППИ РАН, МФТИ

alatkon@yandex.ru

Школа Поляка 2017

Содержание

Практические применения

- Количественное исследование фузионных способностей зрительной системы человека.
- Конструктивное компенсирование подводных искажений в масках для подводного плавания, что решает известную проблему недооценки ныряльщиком расстояний до объектов под водой.
- Процедура «сухой» калибровки камеры для применения алгоритмов компьютерного зрения при съёмке под водой, позволяющая избежать неудобств калибровки непосредственно под водой.

Используемая математическая модель

- Введем в пространстве декартову систему координат с осями X, Y, Z.
- Границу сред будем считать плоской и зададим ее уравнением $Z = 0$.
- Показатель преломления среды $Z < 0$ (воздух) обозначим n_1.
- Показатель преломления среды $Z > 0$ (вода) обозначим n_2.
- Рассматривать будем случай $n_2 > n_1$ и обозначим $n = \frac{n_2}{n_1}$.
- Наблюдателя/камеру будем считать находящимися в среде n_1, сцену — в среде n_2.
- Будем считать, что свет распространяется согласно законам геометрической оптики.
- В качестве закона преломления лучей выберем закон Снелла без различия по частотам спектра излучения.

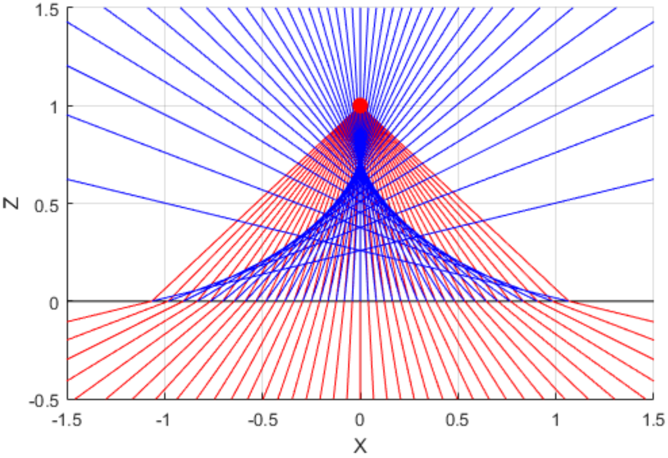
Используемая математическая модель

Закон Снелла

Обозначим угол падения как α, угол преломления — как β, тогда:

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_2}{n_1} = n. \tag{1}$$

Ход лучей



Задача об изображении точечного источника

Сцену будем считать состоящей из точечного источника света A:

$$A = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z > 0 \end{vmatrix}.$$

Будем считать, что наблюдатель расположен сколь угодно близко к плоскости раздела сред:

$$A_1 = \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Задача состоит в том, чтобы найти координаты точки:

$$A' = \begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix},$$

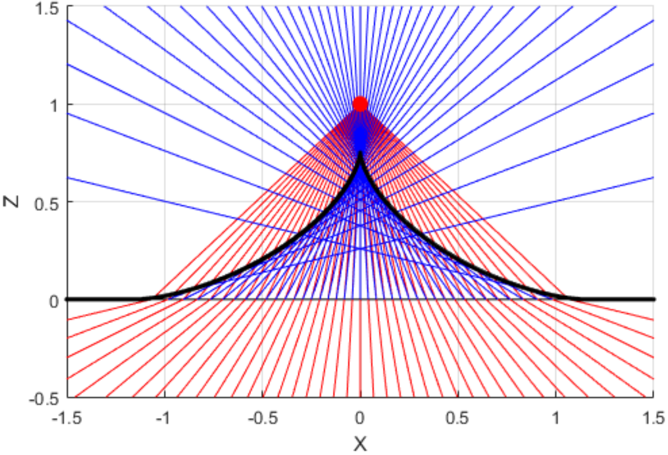
в которой формируется изображения источника.

Задача об изображении точечного источника

Решение

$$A' = \left| \begin{array}{lcrl} x' & = & (x - x_1) & \left[1 - (n^2 - 1)\frac{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}{z^2}\right] + x_1 \\ y' & = & (y - y_1) & \left[1 - (n^2 - 1)\frac{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}{z^2}\right] + y_1 \\ z' & = & \frac{z}{n} & \left[1 - (n^2 - 1)\frac{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}{z^2}\right]^{\frac{3}{2}} \end{array} \right| \qquad (2)$$

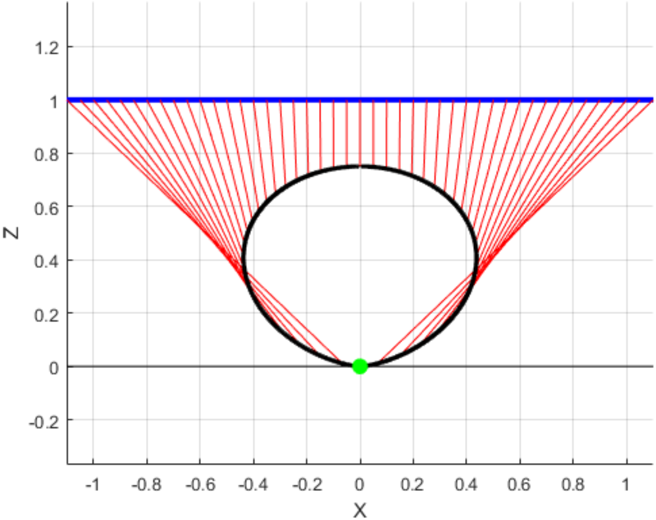
Следствие 1: Множество изображений точечного источника



Следствие 1: Множество изображений точечного источника

$$Z = \frac{z}{n}\left(1 - \sqrt[3]{(n^2-1)\frac{(X-x)^2+(Y-y)^2}{z^2}}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Следствие 2: Визуальное искажение пространства



Следствие 2: Визуальное искажение пространства

$$\frac{n^2-1}{n^2}\,\frac{(X-x_1)^2+(Y-y_1)^2}{Z^2}=\left(\frac{1}{n}\frac{z}{Z}\right)^{\frac{2}{3}}-1.$$

Следствие 3: Подводная дисторсия камеры

Камера обскура

Изображение точки A в камере-обскуре под водой:

$$A'_o = \begin{vmatrix} x'_o \\ y'_o \\ z'_o \end{vmatrix} = \frac{1}{z'} \begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{x'}{z'} \\ \frac{y'}{z'} \\ 1 \end{vmatrix}. \tag{3}$$

Изображение точки A в камере-обскуре на воздухе:

$$A_o = \begin{vmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{vmatrix} = \frac{1}{z} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{x}{z} \\ \frac{y}{z} \\ 1 \end{vmatrix}. \tag{4}$$

Следствие 3: Подводная дисторсия камеры

Обозначим:

$$r' = \sqrt{x_o'^2 + y_o'^2}, \qquad r = \sqrt{x_o^2 + y_o^2}, \tag{5}$$

Тогда можно получить, что:

$$r'(r) = \frac{n}{\sqrt{\frac{1}{r^2} - (n^2 - 1)}}, \tag{6}$$

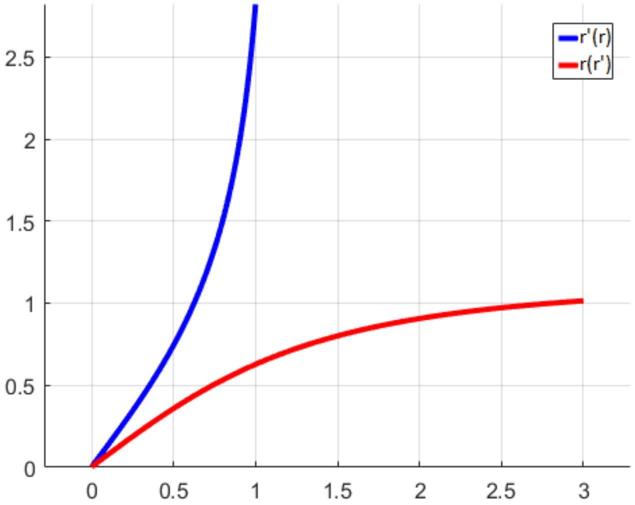
$$r(r') = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n}{r'}\right)^2 + (n^2 - 1)}}. \tag{7}$$

Уравнения (6), (7) имеют тригонометрическое представление:

$$r'(r) = \tan\ \sin^{-1}\ n\ \ \sin\ \tan^{-1}(r), \tag{8}$$

$$r(r') = \tan\ \sin^{-1}\ n^{-1}\ \sin\ \tan^{-1}(r'). \tag{9}$$

Следствие 3: Подводная дисторсия камеры



Следствие 3: Подводная дисторсия камеры

Матрица камеры

Координаты пикселей с точностью до округления до целого получаются с помощью матрицы K следующим образом:

$$p = \begin{vmatrix} p_x \\ p_y \\ 1 \end{vmatrix} = KA_o, \qquad p' = \begin{vmatrix} p'_x \\ p'_y \\ 1 \end{vmatrix} = KA'_o.$$

Матрица K зависит только от камеры и режима ее работы, находится путем стандартной калибровки камеры в воздушной среде и всегда обратима, поэтому верно следующее:

$$A_o = K^{-1}p, \qquad A'_o = K^{-1}p'.$$

Следствие 3: Подводная дисторсия камеры

Пиксельное преобразования координат

Введем матрицу Г, такую что: $\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} = \Gamma \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} : \quad \Gamma = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$

Тогда: $\begin{vmatrix} a \\ b \\ 0 \end{vmatrix} = \Gamma^T \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}.$

Также введем вектор $\gamma = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}.$

Пиксельное преобразования координат

Теперь можно вывести преобразования между координатами пикселей единым уравнением:

$$p'(p) = K\left(\gamma + \frac{n\Gamma^T\Gamma K^{-1}p}{\sqrt{1-(n^2-1)||\Gamma K^{-1}p||_2^2}}\right), \tag{10}$$

$$p(p') = K\left(\gamma + \frac{\Gamma^T\Gamma K^{-1}p'}{\sqrt{n^2+(n^2-1)||\Gamma K^{-1}p'||_2^2}}\right). \tag{11}$$

Экспериментальная проверка

Рис.: Фотография физически прямой линейки откалиброванной в воздухе камерой, сделанная в воздухе.

Экспериментальная проверка

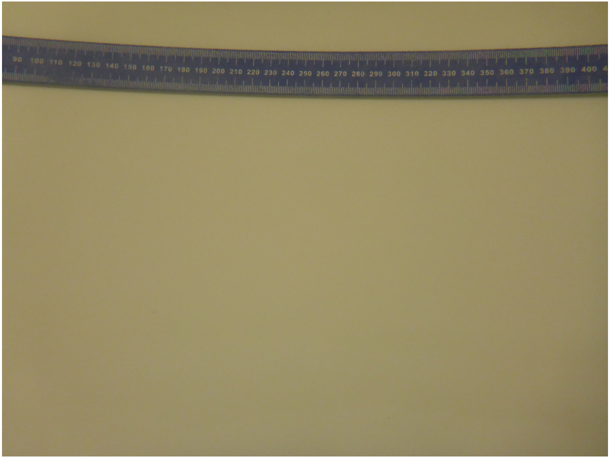


Рис.: Фотография физически прямой линейки откалиброванной в воздухе камерой, сделанная под водой.

Экспериментальная проверка

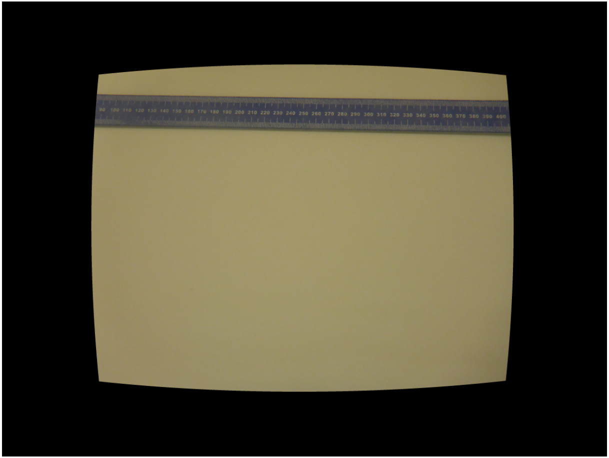


Рис.: Преобразования координат (10)/(11) позволили имитировать фотографию, сделанную на воздухе, на основе подводной фотографии.

Спасибо за внимание!